

MATEMATIKA

Kontinuitas Fungsi dengan Turunan dan Turunan Tingkat Tinggi

Chalifa Chazar, ST., MT.

Web : chalifa.id

Email : chalifa@itenas.ac.id

Aturan Pencarian Turunan

- Aturan Fungsi Konstanta

- Jika $f(x) = k$, dengan k suatu konstanta, maka untuk sembarang x

$$f'(x) = 0 \text{ atau } D(x) = 0$$

- Aturan Fungsi Identitas

- Jika $f(x) = x$, maka

$$f'(x) = 1 \text{ atau } D(x) = 1$$

Aturan Pencarian Turunan

- **Aturan Pangkat**

- Jika $f(x) = x^n$, dengan n bilangan bulat positif, maka

$$f'(x) = nx^{n-1} \text{ atau } D(x) = nx^{n-1}$$

- **Aturan Kelipatan Konstanta**

- Jika k suatu konstanta dan f suatu fungsi yang terdiferensialkan, maka

$$(kf)'(x) = k(f')(x) \text{ atau } D[kf(x)] = kDf(x)$$

Aturan Pencarian Turunan

- Aturan Jumlah

- Jika f dan g fungsi-fungsi yang terdiferensialkan, maka

$$\begin{aligned}(f + g)'(x) &= (f')(x) + (g')(x) \\ \text{atau} \\ D[f(x) + g(x)] &= Df(x) + Dg(x)\end{aligned}$$

- Aturan Selisih

- Jika f dan g fungsi-fungsi yang terdiferensialkan, maka

$$\begin{aligned}(f - g)'(x) &= (f')(x) - (g')(x) \\ \text{atau} \\ D[f(x) - g(x)] &= Df(x) - Dg(x)\end{aligned}$$

Aturan Pencarian Turunan

- Aturan Hasil Kali

- Jika f dan g fungsi-fungsi yang terdiferensialkan, maka

$$(f \cdot g)'(x) = (f)(x) \cdot (g')(x) + (f')(x) \cdot (g)(x)$$

atau

$$D[f(x) \cdot g(x)] = f(x)Dg(x) + g(x)Df(x)$$

Aturan Pencarian Turunan

- Aturan Hasil Bagi
 - Jika f dan g fungsi-fungsi yang terdiferensialkan, maka

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

atau

$$D \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{g(x)Df(x) - f(x)Dg(x)}{g^2(x)}$$

Contoh...!

Tentukan Dy jika $y = (x^2 + 2)(x^3 + 1)$

- Misalkan $f(x) = (x^2 + 2)$ dan $g(x) = (x^3 + 1)$
 $f(x) = (x^2 + 2)$, maka $f'(x) = 2x$
 $g(x) = (x^3 + 1)$, maka $g'(x) = 3x^2$
- Dengan menggunakan teorema hasil kali, maka:
$$\begin{aligned} Dy &= (x^2 + 2)(3x^2) + (x^3 + 1)(2x) \\ &= (3x^4 + 6x^2) + (2x^4 + 2x) \\ &= (5x^4 + 6x^2 + 2x) \end{aligned}$$

Contoh...!

Tentukan Dy jika $y = \frac{2x-1}{3x+5}$

- Misalkan $f(x) = (2x - 1)$ dan $g(x) = (3x + 5)$

$$f(x) = (2x - 1), \text{ maka } f'(x) = 2$$

$$g(x) = (3x + 5), \text{ maka } g'(x) = 3$$

- Dengan menggunakan teorema hasil kali, maka:

$$Dy = \frac{2(3x+5)-(2x-1)3}{(3x+5)^2} = \frac{(6x+10)-(6x-3)}{(3x+5)^2} = \frac{13}{(3x+5)^2}$$

Latihan...!

1. Tentukan Dy jika $y = (x^4 + 2x)(x^3 - 3x + 1)$
2. Tentukan Dy jika $y = \frac{x^2 - 2x + 5}{x^2 + 2x - 3}$

Turunan Tingkat Tinggi

- Sebuah fungsi f dapat diturunkan menjadi sebuah fungsi baru f'
- Jika f' diturunkan lagi, maka akan menghasilkan fungsi lain lagi yang dinyatakan dengan f'' (dibaca “ f dua aksen”)
- Sebuah fungsi dapat **diturunkan** hingga turunan $ke - n$
- Cara mencari turunan **ke-3** dari sebuah fungsi adalah dengan mencari **turunan ke-1** terlebih dahulu, kemudian **turunan ke-2**, dst

Turunan	Notasi y'	Notasi f'	Notasi Leibniz	Notasi D
Pertama	y'	$f'(x)$	$\frac{dy}{dx}$	$D_x y$
Kedua	y''	$f''(x)$	$\frac{d^2 y}{dx^2}$	$D_x^2 y$
Ketiga	y'''	$f'''(x)$	$\frac{d^3 y}{dx^3}$	$D_x^3 y$
Keempat	y''''	$f''''(x)$	$\frac{d^4 y}{dx^4}$	$D_x^4 y$
Kelima	$y^{(5)}$	$f^{(5)}(x)$	$\frac{d^5 y}{dx^5}$	$D_x^5 y$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Ke-n	$y^{(n)}$	$f^{(n)}(x)$	$\frac{d^n y}{dx^n}$	$D_x^n y$

Latihan...!

- Tentukan turunan kedua dari fungsi tsb

$$f(x) = 4x^3$$

- Tentukan turunan ketiga dari fungsi tsb

$$f(x) = 5x^4 - 2x^3 + x^2$$

THANK YOU ▶▶

<http://chalifa.id>

chalifa@itenas.ac.id