

MATEMATIKA

Fungsi dan Grafiknya

Chalifa Chazar, ST., MT.

Web : chalifa.id

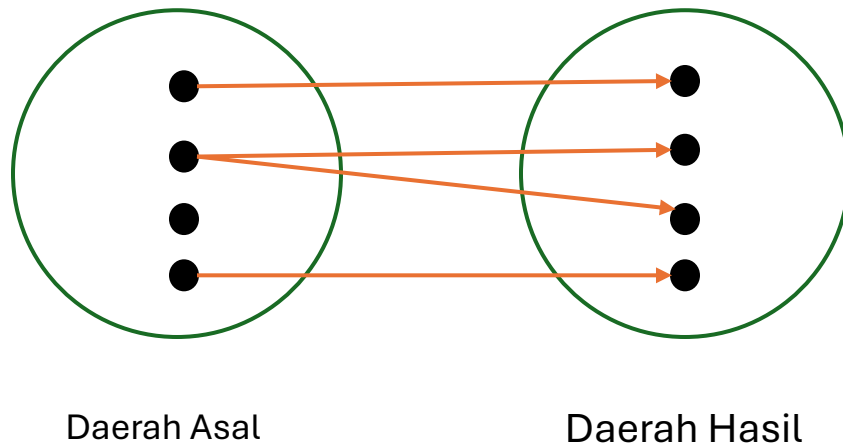
Email : chalifa@itenas.ac.id

Definisi Fungsi

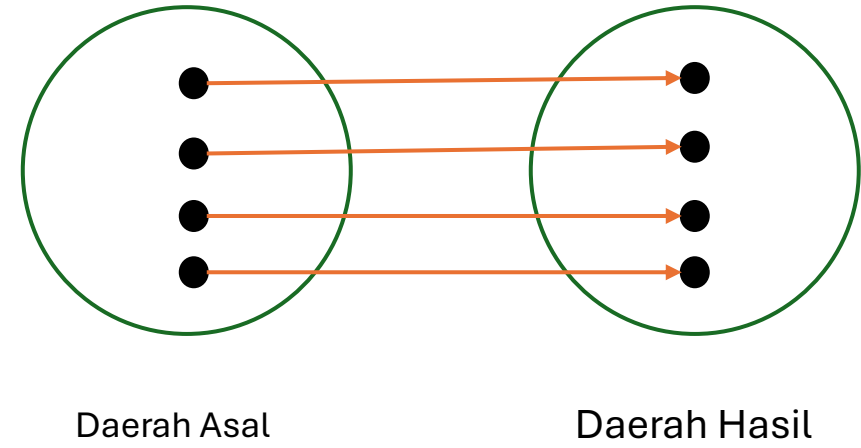
- Fungsi, erat kaitannya dengan **relasi**.
- Relasi adalah aturan yang **memasangkan anggota himpunan** satu ke himpunan lain.
- Suatu relasi himpunan A ke himpunan B disebut fungsi dari A ke B **jika setiap anggota A dipasangkan tepat** dengan satu anggota B.
- Fungsi adalah suatu bentuk hubungan matematis yang menyatakan **hubungan ketergantungan** (hubungan fungsional) **antara** satu **variable** dengan variable lain.

Fungsi dan Bukan Fungsi

Bukan Fungsi



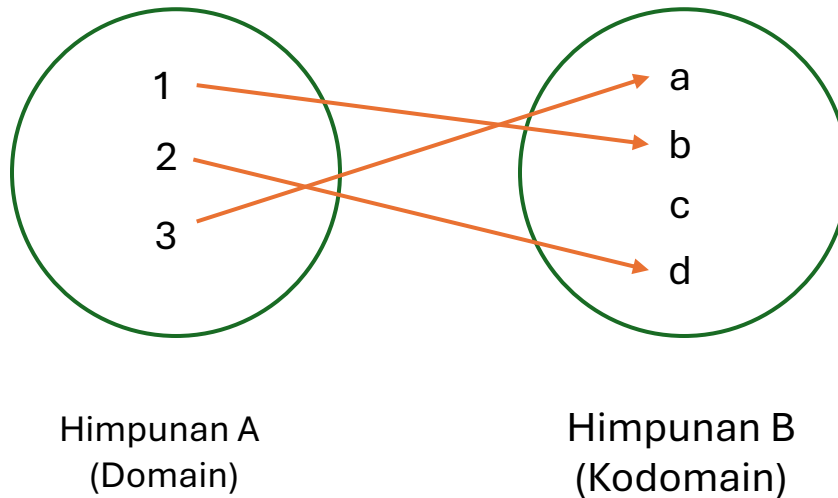
Fungsi



Domain, Kodomain, dan Range

- Dalam fungsi dikenal beberapa istilah, seperti **Domain**, **Kodomain**, dan **Range**.
- Jika f adalah fungsi dari A ke B , maka:
 - Himpunan A disebut **domain** (**daerah asal**)
 - Himpunan B disebut **kodomain** (**daerah kawan**), dan
 - Himpunan anggota B yang **pasangan** dari **himpunan** A disebut **range** (**hasil**) fungsi f .
- Fungsi f adalah suatu **aturan padanan** (korespondensi) yang **menghubungkan** setiap **objek** x dalam himpunan yang disebut **daerah asal** (domain) dengan sebuah **nilai unik** $f(x)$ dari **himpunan kedua** yang disebut **daerah hasil** (**range**) fungsi tersebut.

Contoh:



Maka:

Domain & Kodomain = Range

Domain = {1, 2, 3}

Kodomain = {a, b, c, d}

Range = {(1, b), (2, d), (3, a)}

Notasi Fungsi

- Notasi sebuah fungsi sering digunakan dengan sebuah **huruf Tunggal** seperti f (atau g , h , atau F).
- Notasi sebuah fungsi dituliskan sbb:

$$y = f(x)$$

$f(x)$ dibaca “ f dari x ” atau “ f pada x ”, menunjukkan nilai yang diberikan oleh f kepada x .

- Contoh: fungsi $y = f(x) = 5 + 0,8x$
- Maka:
 - $f(a) = 5 + 0,8a$
 - $f(a + h) = 5 + 0,8(a + h) = 5 + 0,8a + 0,8h$
 - $f(2) = 5 + 0,8(2) = 5 + 1,6 = 6,6$

Latihan...!

Jika diketahui $f(x) = x^2 + 2$, tentukan:

a. $f(1)$

b. $f(-1)$

c. $f(4)$

d. $f(c)$

e. $f(a + b)$

Daerah Asal dan Daerah Hasil

- Dalam pembuatan suatu fungsi, penentuan nilai-nilai yang diberikan terhadap fungsi yang disebut **daerah asal** fungsi.
- Dan, nilai-nilai **hasil** dari **padanan** fungsi yang disebut dengan **daerah hasil** fungsi.
- Jika suatu fungsi f **tidak memiliki nilai** saat dihubungkan terhadap nilai x , maka fungsi tersebut dikatakan **tidak terdefinisi** pada daerah asal x .
- **Contoh:**

Tentukan daerah asal dari daerah hasil berikut ini:

- $f(x) = \frac{1}{x-1}$, maka $f(1) = \frac{1}{1-1} = \frac{1}{0}$
- Karena nilai $\frac{1}{0}$ tidak ada, maka fungsi $f(x)$ dikatakan tidak terdefinisi pada $x = 1$

Daerah Asal dan Daerah Hasil

- Contoh:
 - $f(x) = 4x + 2$
- Tentukan:
 - Domain: $\{x|x \in R\}$ (karena fungsi bukan merupakan pecahan atau bentuk akar)
 - Kodomain: $\{x|x \in R\}$ (karena fungsi tidak memiliki batas)
 - Range: $\{y|y \in R\}$ (cari bentuk invers dari fungsi $f(x)$)

Invers dari fungsi

$$y = 4x + 2$$

$$\Leftrightarrow 4x + 2 = y$$

$$\Leftrightarrow 4x = y - 2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{y-2}{4} \text{ maka } f^{-1}(x) = \frac{x-2}{4} \text{ (hasil invers x bukan pecahan atau bentuk akar)}$$

Daerah Asal dan Daerah Hasil

- Contoh:
 - $f(x) = x^2 - 6x + 7$
- Tentukan:
 - Domain: $\{x|x \in R\}$
 - Kodomain: $\{x|x \in R\}$
 - Range: $\{y|y \geq -2, y \in R\}$

Invers dari fungsi

$$y = x^2 - 6x + 7$$

$$y = (x - 3)^2 - 3^2 + 7$$

$$y = (x - 3)^2 - 9 + 7$$

$$y = (x - 3)^2 - 2$$

$$y + 2 = (x - 3)^2$$

$$\sqrt{y + 2} = (x - 3)$$

$$\sqrt{y + 2} + 3 = x$$

Maka invers-nya adalah

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x + 2} + 3$$

(karena bentuk akar, maka harus ≥ 0)

$$x + 2 \geq 0$$

$$x \geq -2$$

Daerah Asal dan Daerah Hasil

- Contoh:
 - $f(x) = \sqrt{2x - 4}$
- Tentukan:
 - Domain:
 - Kodomain:
 - Range:

Fungsi Ganjil dan Fungsi Genap

- Fungsi ganjil dan fungsi genap digunakan untuk memeriksa kesimetrisan suatu fungsi.
- Misalkan $f(x)$ suatu fungsi, maka
 - Fungsi $f(x)$ dikatakan fungsi **genap**, jika $f(-x) = f(x)$
 - Fungsi $f(x)$ dikatakan fungsi **ganjil**, jika $f(-x) = -f(x)$
- Contoh:
 - $f(x) = 6x$
 $\Leftrightarrow f(-x) = 6(-x) = -6x \rightarrow$ **fungsi ganjil**
 - $f(x) = 5x^2$
 $\Leftrightarrow f(-x) = 5(-x)^2 = 5x^2 \rightarrow$ **fungsi genap**

Grafik Fungsi

- Fungsi Linier
 - Fungsi linier memiliki gambar grafik sebagai garis **lurus**
- Contoh:
 - Tentukan sketsa grafik dari $y = 2x - 3; x > 2; x \leq 6$
- Untuk menggambarkan setsa grafik, perhatikan hal berikut:
 1. Tentukan domain
 2. Tentukan koomain
 3. Tentukan range

Contoh:

Tentukan sketsa grafik dari $y = 2x - 3; x > 2; x \leq 6$

Jawab:

1. Tentukan domain

$$\text{Batas } x(x > 2, x \leq 6) = \{3, 4, 5, 6\}$$

2. Tentukan koomain dari $y = 2x - 3$

X	Y
3	3
4	5
5	7
6	9

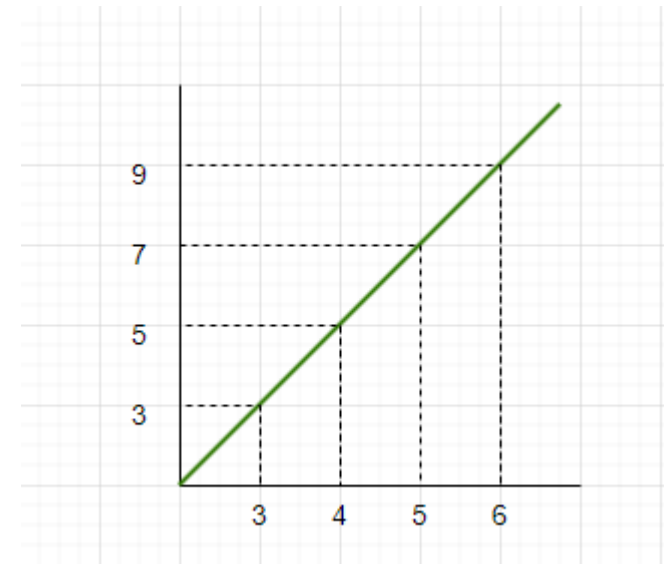
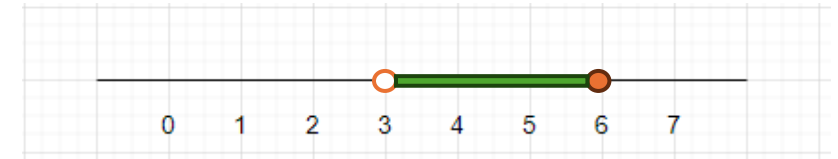


$$\begin{aligned} y(3) &= 2x - 3 \\ &= 2(3) - 3 \\ &= 3 \end{aligned}$$

3. Tentukan range dari hasil x dan y

$$= \{(3,3), (4,5), (5,7), (6,9)\}$$

4. Selanjutnya gambarkan dalam bentuk koordinat kartesius



Grafik Fungsi

- Fungsi Kuadrat
 - Fungsi kuadrat adalah suatu persamaan dari variabel yang mempunyai pangkat tertinggi adalah dua, dan garisnya membentuk **kurva** (garis lengkung)
- Contoh:
 - Tentukan sketsa grafik dari $y = x^2 - 9$
- Untuk menggambarkan sketsa grafik, perhatikan hal berikut:
 1. Tentukan domain
 2. Tentukan koomain
 3. Tentukan range

Contoh:

Tentukan sketsa grafik dari $y = x^2 - 9$

Jawab:

1. Tentukan domain

Batas x (cari x pada persamaan y)

$$y = x^2 - 9 \leftrightarrow x^2 - 9 = 0$$

$$\leftrightarrow (x - 3)(x + 3)$$

$$\leftrightarrow x_1 = 3 \text{ dan } x_2 = -3$$

maka diperoleh batas yaitu : $\{-3 \leq x \leq 3\}$

2. Tentukan koomain dari $y = x^2 - 9$

x	y
-3	0
-2	-5
-1	-8
0	-9
1	-8
2	-5
3	0



$$y(-3) = (-3)^2 - 9$$

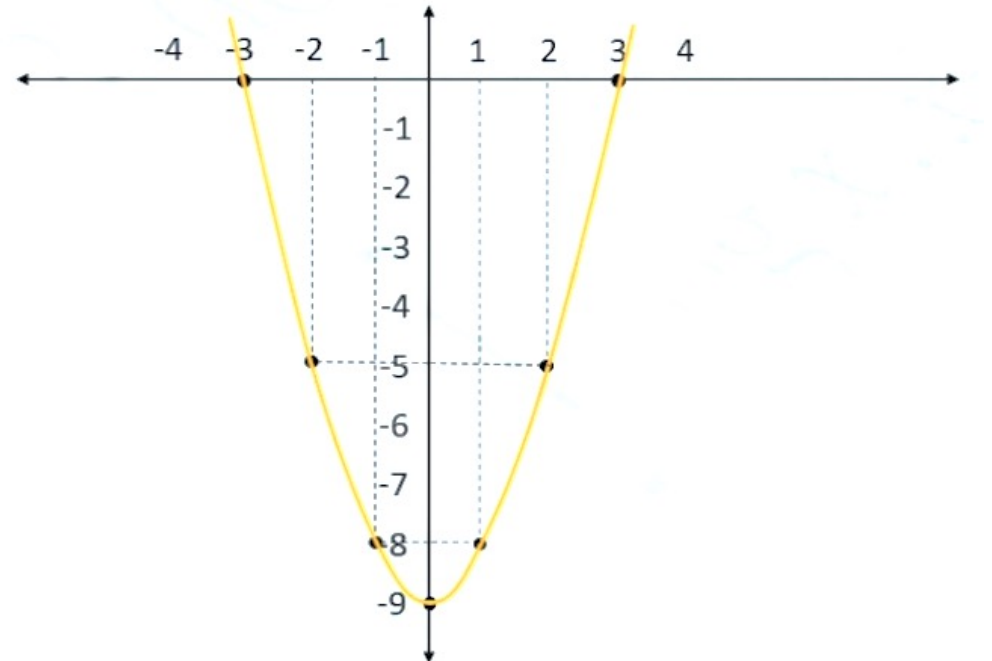
$$y(-3) = 9 - 9$$

$$y(-3) = 0$$

3. Tentukan range dari hasil x dan y

$$= \{(-3,0),(-2,-5),(-1,-8),(0,-9),(1,-8),(2,-5),(3,0)\}$$

4. Selanjutnya gambarkan dalam bentuk koordinat kartesius



Lathan...!

Tentukan sketsa grafik dari persamaan berikut ini:

1. $f(x) = x^2 - 4x + 4$

2. $f(x) = x^2 + 6x - 16$

3. $f(x) = 2x^2 - 8x - 10$

THANK YOU ▶▶

<http://chalifa.id>

chalifa@itenas.ac.id