

MATEMATIKA

SISTEM KOORDINAT PERSEGI PANJANG

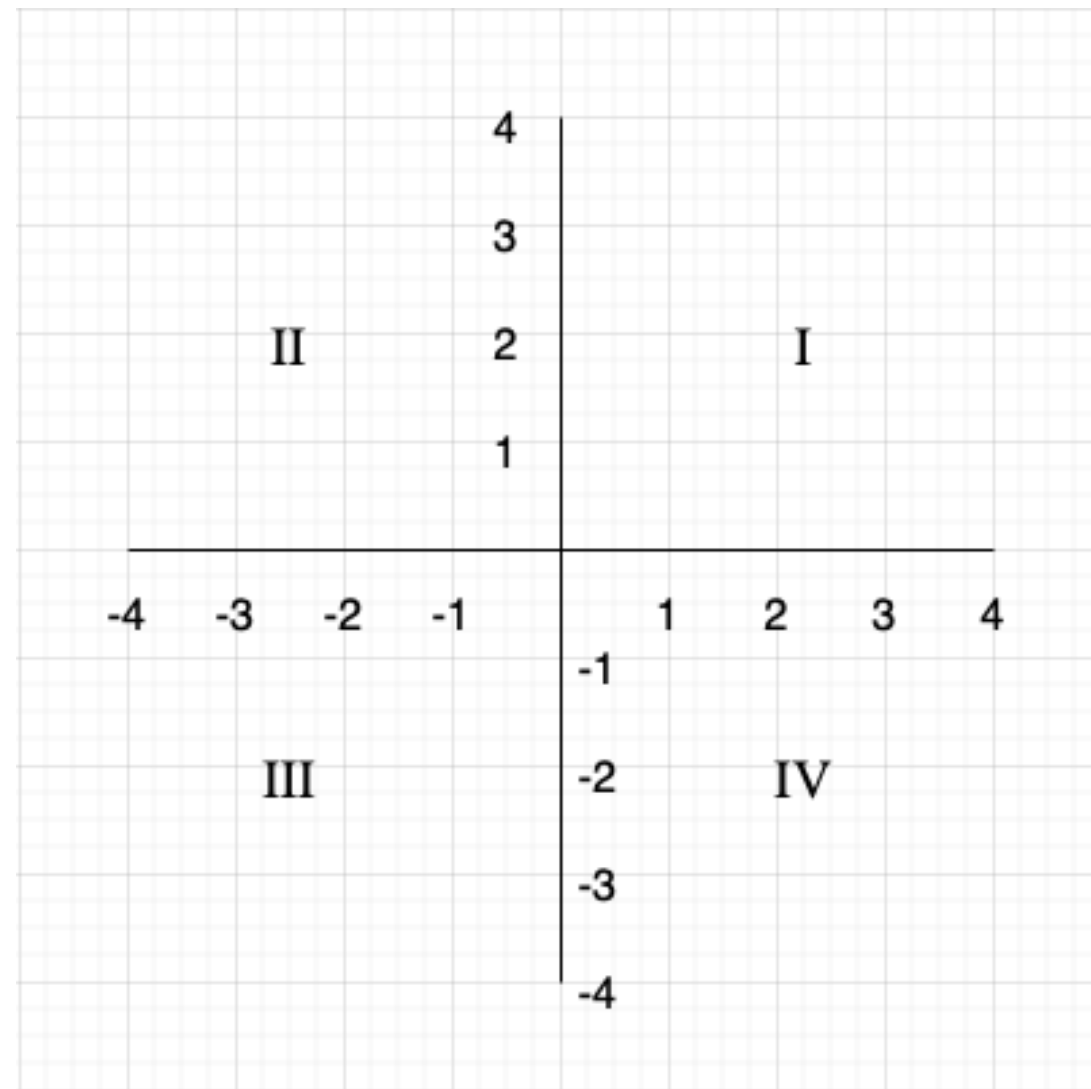
Chalifa Chazar, ST., MT.

Web : chalifa.id

Email : chalifa@itenas.ac.id

Sistem Koordinat Persegi Panjang

- **Koordinat kartesius** adalah penggambaran dua garis rill (garis **mendatar** dan garis **tegak**), yang **saling berpotongan** pada **titik nol** dari kedua garis tersebut.
- Garis mendatar dan garis tegak disebut **sumbu-sumbu koordinat**.
- Sumbu-sumbu **koordinat** membagi **wilayah-wilayah** yang disebut **kuadran**.
Terdiri dari kuadran I, II, III, dan IV



Menghitung Jarak Antara 2 Titik

- Suatu titik **P** dinyatakan dengan sepasang bilangan **a** dan **b**, yang bila dinyatakan dalam koordinat kartesius, sbb:
 - **a** adalah koordinat **x** (**absis**).
 - **b** adalah koordinat **y** (**ordinat**)
- Berdasarkan rumus Pythagoras, untuk menghitung jarak antara dua titik, yaitu:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Jika **a** dan **b** merupakan ukuran dua sisi segitiga siku-siku, dan **c** merupakan sisi miringnya.

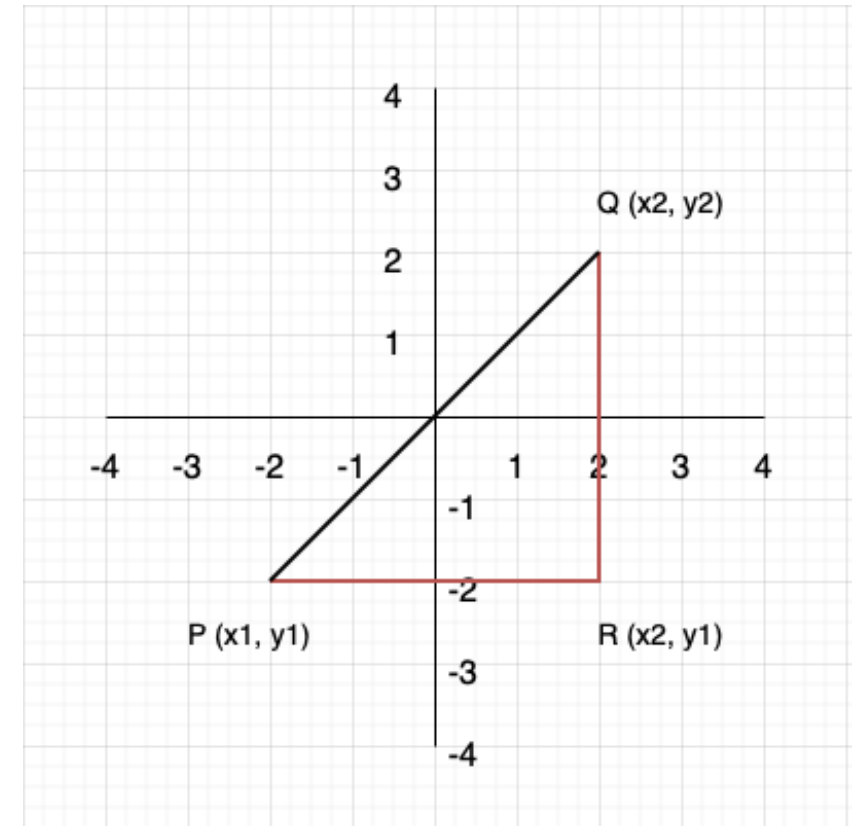
Menghitung Jarak Antara 2 Titik

- Misalnya, terdapat titik **P** (x_1, y_1) dan **Q** (x_2, y_2). Titik-titik **P** dan **Q** membentuk segitiga siku-siku.
- Dengan menggunakan rumus Pythagoras, maka **jarak P dan Q** disimbolkan dengan **$d(P, Q)$** , adalah:

$$d(P, Q) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Atau

$$|PQ|^2 = |QR|^2 + |PR|^2$$



Menghitung Jarak Antara 2 Titik

- Contoh:

Cari jarak antara P (2, -1) dan Q (5, 3)

- Penyelesaian:

$$\begin{aligned}d(P, Q) &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\&= \sqrt{(5 - 2)^2 + (3 - (-1))^2} \\&= \sqrt{(3)^2 + (4)^2} \\&= \sqrt{25} = 5\end{aligned}$$

Latihan...!

Cari jarak antara kedua titik-titik berikut ini:

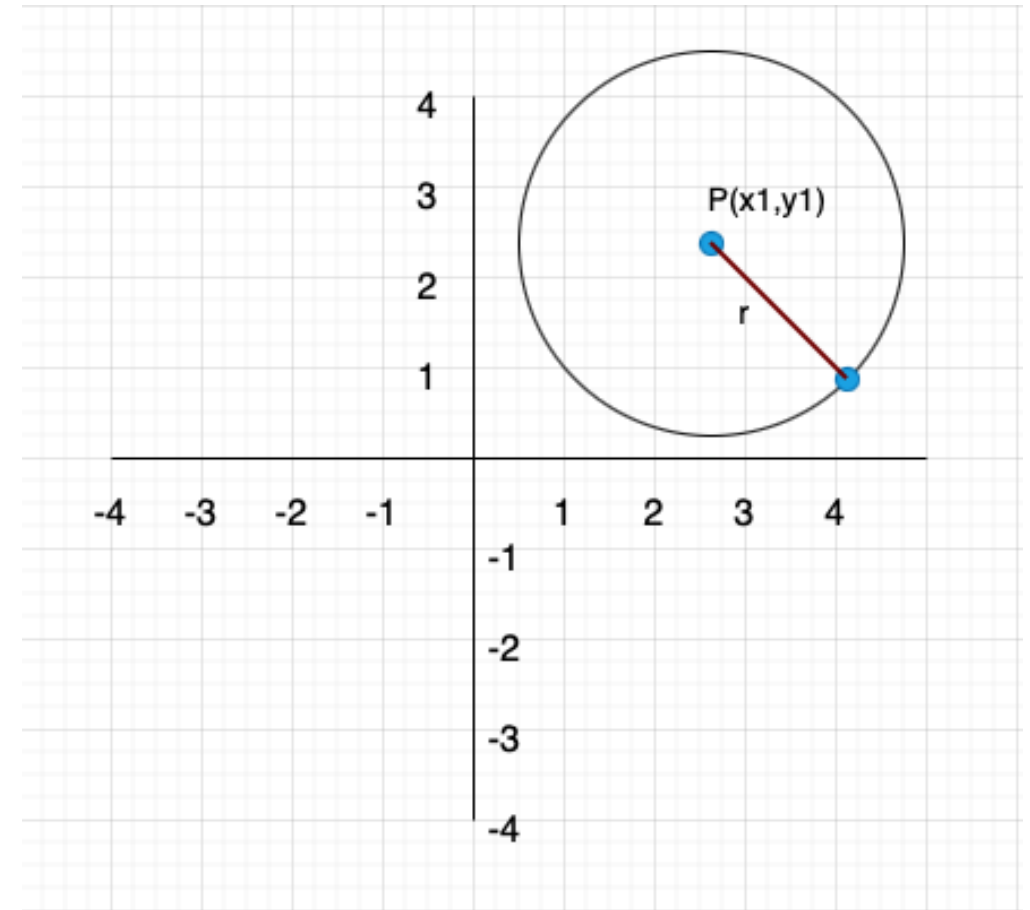
- a. $P(-1, 5)$ dan $Q(6, 3)$
- b. $P(2, 4)$ dan $Q(-3, -5)$
- c. $P(-4, 2)$ dan $Q(4, -3)$

Sistem Koordinat Bentuk Lingkaran

- Himpunan titik-titik yang terletak pada suatu **jarak tetap (jari-jari)** dari suatu **titik tetap (pusat)** disebut **lingkaran**.
- Persamaan baku sebuah lingkaran, yaitu:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

- Dimana,
 - r adalah **jari-jari** lingkaran
 - (h, k) adalah **pusat** lingkaran



Sistem Koordinat Bentuk Lingkaran

- Contoh:

Cari persamaan lingkaran yang berjari-jari 6 dan berpusat di (1,-2)

- Penyelesaian:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$(x - 1)^2 + (y - (-2))^2 = 6^2$$

$$[x^2 - 2x + 1] + [y^2 + 2y + 4] = 36$$

$$[x^2 + y^2 - 2x + 2y + 5] = 36$$

$$[x^2 + y^2 - 2x + 2y - 31] = 0$$

- Maka persamaan lingkarannya adalah $[x^2 + y^2 - 2x + 2y - 31] = 0$

Contoh:

Cari persamaan lingkaran yang berpusat di (4,3) dan melalui titik (6,2)

Penyelesaian:

1. Cari jarak antara titik P dan Q

$$d(P, Q) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d(P, Q) = \sqrt{(6 - 4)^2 + (2 - 3)^2}$$

$$d(P, Q) = \sqrt{(2)^2 + (-1)^2}$$

$$d(P, Q) = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$$

2. Setelah mendapatkan nilai jari-jari yaitu $\sqrt{5}$, yang berpusat pada P(4,3). Maka masukan ke persamaan lingkaran:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

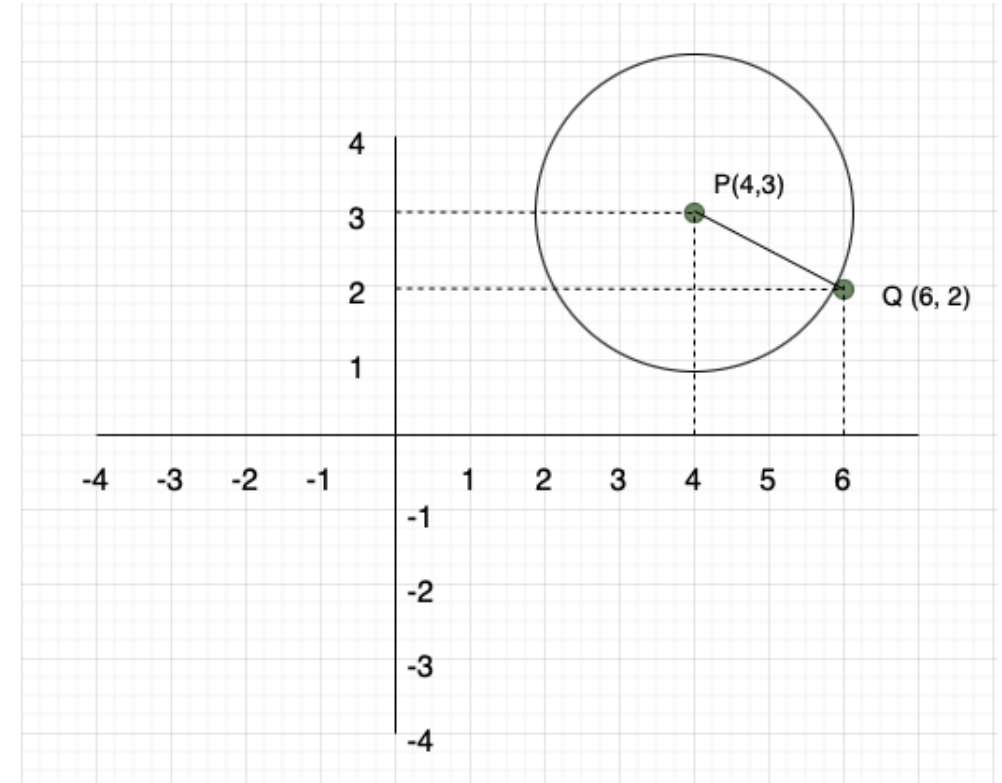
$$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = (\sqrt{5})^2$$

$$[x^2 - 8x + 16] + [y^2 - 6y + 9] = 5$$

$$x^2 + y^2 - 8x - 6y + 20 = 0$$

3. Maka diperoleh persamaan lingkarannya adalah

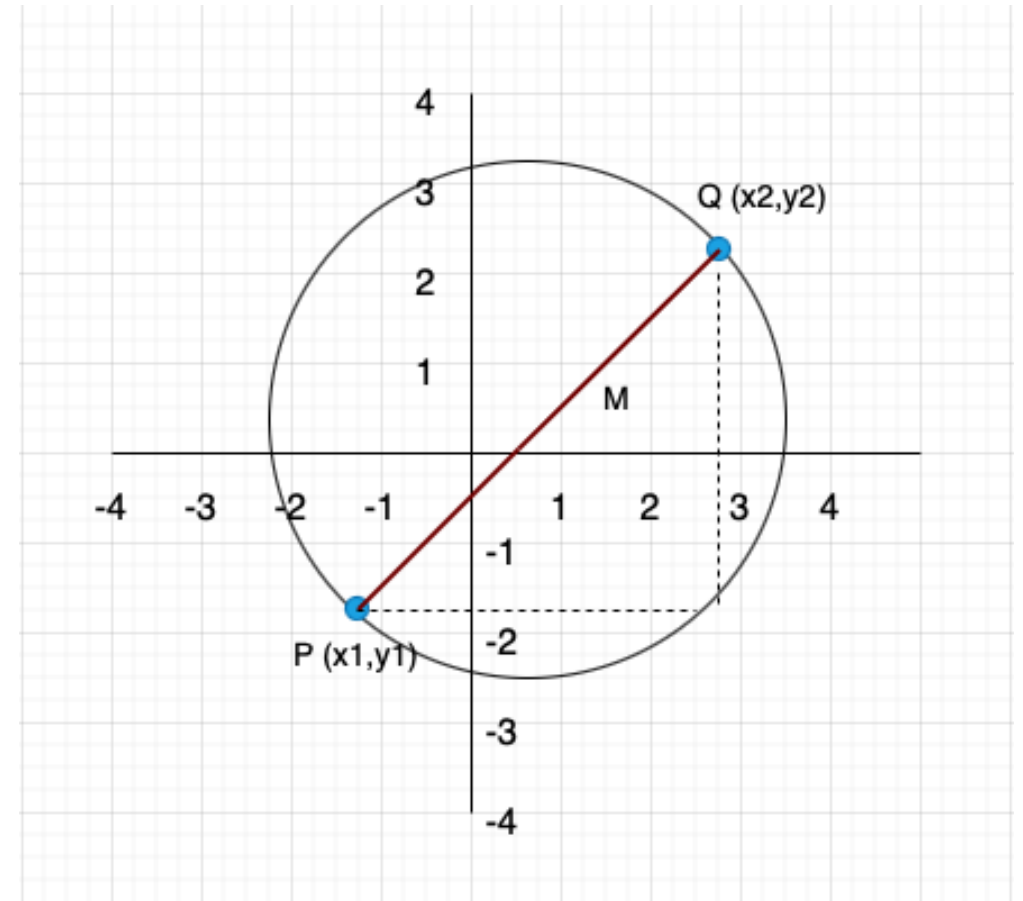
$$x^2 + y^2 - 8x - 6y + 20 = 0$$



Sistem Koordinat Bentuk Lingkaran

- Persamaan lingkaran juga dapat dilakukan dengan mengetahui **diameter** lingkaran.
- Diketahui titik **P** (x_1, y_1) dan **Q** (x_2, y_2) dimana $x_1 \leq x_2$, maka untuk mencari **titik tengah** dari potongan garis **PQ** adalah:

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$



Contoh:

Cari persamaan lingkaran yang melalui titik P(−1,2) dan Q(3,8).

Penyelesaian:

1. Langkah pertama mencari titik M

$$M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right) = \left(\frac{-1+3}{2}, \frac{2+8}{2} \right) = (1,5)$$

2. Kemudian mencari jari-jari dengan menggunakan titik M melalui titik P atau titik Q

$$d(P, M) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$d(P, M) = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (2 - 5)^2}$$

$$d(P, M) = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$

3. Masukkan ke persamaan baku sebuah lingkaran dengan jari-jari $\sqrt{13}$ yang berpusat di M(1, 5)

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$(x - 1)^2 + (y - 5)^2 = (\sqrt{13})^2$$

$$[x^2 - 2x + 1] + [y^2 - 10y + 25] = 13$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 10y + 13 = 0$$

4. Maka persamaan lingkarannya adalah $x^2 + y^2 - 2x - 10y + 13 = 0$

Latihan...!

Cari persamaan lingkaran dengan ketentuan sbb:

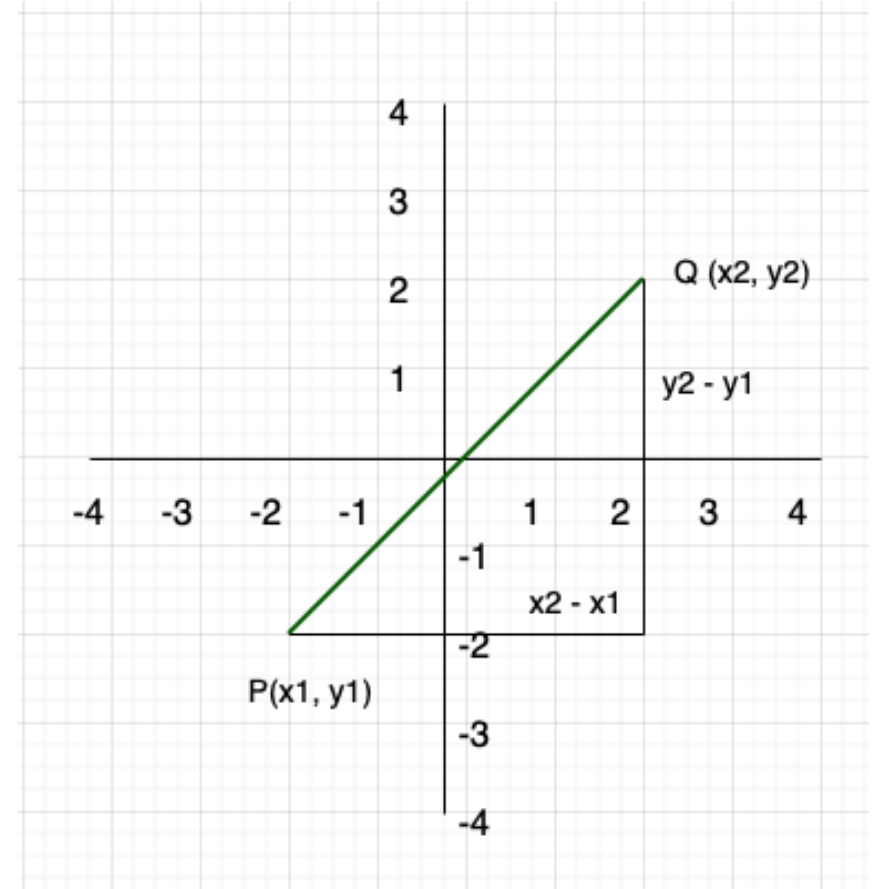
- a. Pusat $(1, -2)$ dengan jari-jari 6
- b. Pusat $(2, -1)$ melalui titik $(5, 3)$
- c. Garis Tengah AB, dengan A $(-1, 2)$ dan B $(3, 8)$

Garis Lurus (Gradien Garis)

- **Garis lurus** adalah **kurva** yang paling **sederhana** dari semua kurva.
- Sebuah garis adalah sebuah objek geometri yang ditempatkan pada suatu koordinat bidang.
- Garis yang ditempatkan pada suatu bidang tersebut tentu mempunyai persamaan yang disebut persamaan garis.

$$m = \frac{\text{kenaikan}}{\text{run}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ dimana } x_1 \neq x_2$$

Pada titik P dan Q terdapat **kenaikan** (perubahan vertical) sebesar $(y_2 - y_1)$ satuan dan suatu **run** (perubahan horizontal) sebesar $(x_2 - x_1)$ satuan



Garis Lurus (Gradien Garis)

- Kemiringan juga dapat dinyatakan sebagai **kecuraman** suatu garis.
- Semakin besar kemiringan maka makin curam garis tersebut.
- Persamaan garis pada titik **P(x₁, y₁)** dengan kemiringan **m**, didefinisikan sbb:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

- Jika suatu garis melalui sumbu **y** maka garis tersebut melalui titik **P(0,b)**, sehingga persamaan kemiringan didefinisikan sbb:

$$\begin{aligned}y - b &= m(x - 0) \\ y &= mx + b\end{aligned}$$

Garis Lurus (Gradien Garis)

Contoh:

1. Cari **kemiringan** garis yang melalui titik P(4, 1) dan Q(6, 2)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 1}{6 - 4} = \frac{1}{2}$$

2. Cari **persamaan garis** yang melalui titik P(-4, 3) dengan kemiringan $m = 2$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = 2(x - (-4))$$

$$y - 3 = 2x + 8$$

$$y = 2x + 11 \text{ atau disederhanakan lagi menjadi } y - 2x - 11 = 0$$

Garis Lurus (Gradien Garis)

- Untuk menghitung jarak dari suatu titik $P(x_1, y_1)$, terhadap suatu persamaan garis $Ax + By + C = 0$ dapat dilakukan dengan persamaan berikut ini:

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

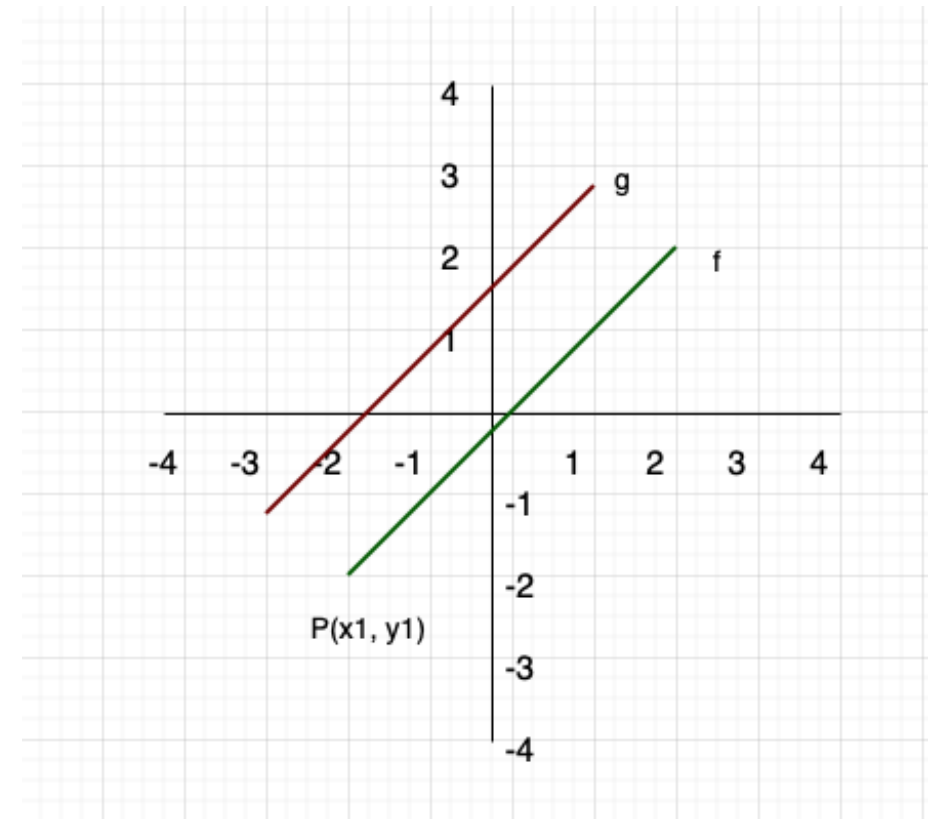
Latihan...!

- Cari kemiringan garis yang melalui titik $P(-4,3)$ dan $Q(6, -5)$
- Cari persamaan garis yang melalui titik $P(2, -7)$ dengan kemiringan $m = -3$
- Cari persamaan garis yang melalui titik $P(2, -7)$ dan $Q(8,2)$

Garis-Garis Sejajar

- Jika dua garis memiliki **kemiringan** yang **sama**, maka keduanya merupakan **garis sejajar**.
- Jika **m1** adalah kemiringan dari garis **f** dan **m2** adalah kemiringan dari garis **g** yang saling sejajar, maka:

$$m_1 = m_2$$



Contoh:

Cari persamaan garis yang melalui titik P(2,9) dan sejajar dengan garis yang mempunyai persamaan $2x + 3y = 26$

Penyelesaian:

1. Cari kemiringan garis

$$2x + 3y = 26$$

$$3y = -2x + 26$$

$$y = \frac{1}{3}(-2x + 26)$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 8\frac{2}{3}, \text{ (menggunakan rumus } y = mx + b \text{)}$$

Sehingga diketahui kemiringan garis yaitu $m = -\frac{2}{3}$

2. Karena garis sejajar sehingga $m_2 = m_1 = -\frac{2}{3}$

3. Sehingga persamaan garis yang melalui titik P(2,9) adalah:

$$y - b = m(x - 0)$$

$$y - 9 = -\frac{2}{3}(x - 2)$$

$$3(y - 9) = -2(x - 2)$$

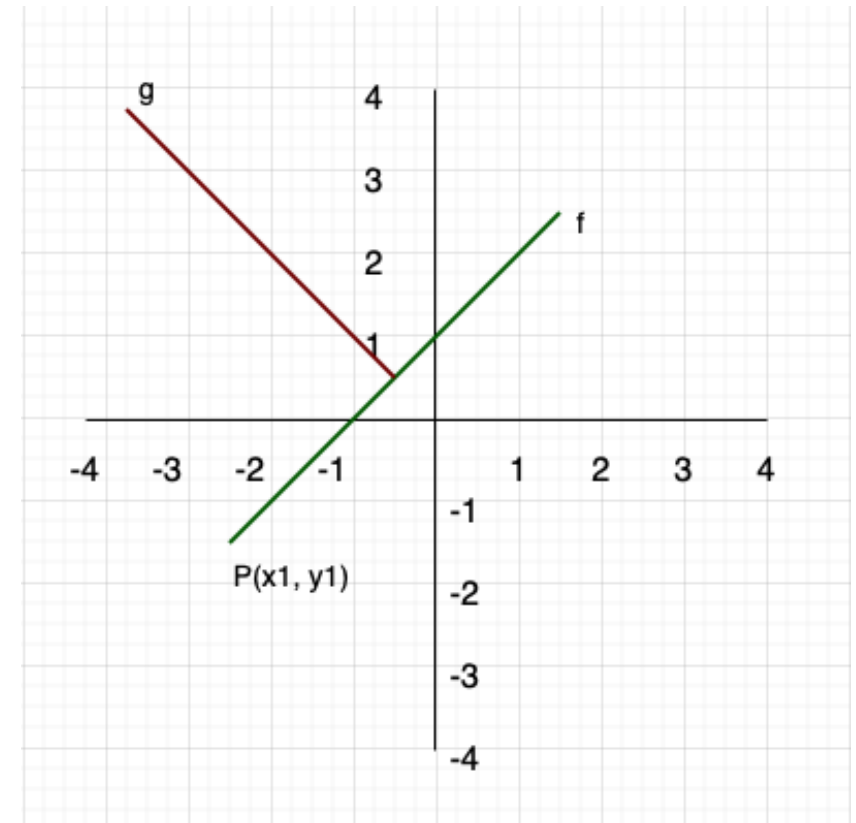
$$3y - 27 = -2x + 4$$

$$2x + 3y = 31$$

Garis-Garis Tegak Lurus

- Jika dua garis **tak-vertical** dikatakan **tegak lurus** jika dan hanya jika kemiringan keduanya saling berkebalikan negatif (perkalian antara keduanya sama dengan -1).
- Jika **m1** adalah kemiringan dari garis **f** dan **m2** adalah kemiringan dari garis **g** yang saling tegak lurus, maka:

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$



Contoh:

Cari persamaan garis yang melalui titik (2,-5) yang tegak lurus dengan garis $5x + y = 8$

Penyelesaian:

1. Gunakan rumus $y = mx + b$

$$5x + y = 8$$

$$y = -5x + 8, \text{ jadi kemiringan garis adalah } m = -5$$

2. Karena garis tegak lurus sehingga gunakan rumus

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$-5 \cdot m_2 = -1$$

$$m_2 = \frac{-1}{-5} = \frac{1}{5}$$

3. Sehingga persamaan garis yang melalui titik (2,-5) adalah:

$$y - b = m(x - 0)$$

$$y - (-5) = \frac{1}{5}(x - 2)$$

$$5(y + 5) = (x - 2)$$

$$5y + 25 = x - 2$$

$$-x + 5y = -27 \text{ atau disederhanakan jadi } -x + 5y + 27 = 0$$

THANK YOU ▶▶

<http://chalifa.id>

chalifa@itenas.ac.id