

MATEMATIKA

NILAI MUTLAK

Chalifa Chazar, ST., MT.

Web : chalifa.id

Email : chalifa@itenas.ac.id

Nilai Mutlak

- Nilai mutlak dari sebuah bilangan adalah **jarak bilangan** tersebut **dari nol** pada garis bilangan **tanpa** memperhatikan **arah**.
- Nilai mutlak suatu bilangan riil x , dinyatakan dengan $|x|$, didefinisikan sbb:

$$|x| = x, \text{ jika } x \geq 0$$

$$|x| = -x, \text{ jika } x \leq 0$$

Sifat-Sifat Nilai Mutlak

1. $|x| \geq 0$ untuk setiap bilangan real x
2. $|x| = x$ jika $x \geq 0$
3. $|x| = -x$ jika $x \leq 0$
4. $|xy| = |x| \cdot |y|$ untuk setiap bilangan real x dan y
5. $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$ untuk setiap bilangan real x dan y dengan $y \neq 0$

Pertaksamaan Nilai Mutlak

- Pertaksamaan nilai mutlak melibatkan **ekspresi** nilai mutlak dan memerlukan pendekatan khusus untuk diselesaikan.
- Pertaksamaan tersebut dibagi menjadi beberapa jenis, yaitu:
 - Pertaksamaan bentuk $|x| < a$
 - Pertaksamaan bentuk $|x| \leq a$
 - Pertaksamaan bentuk $|x| > a$
 - Pertaksamaan bentuk $|x| \geq a$

Pertaksamaan bentuk $|x| < a$

- Untuk menyelesaikan pertaksamaan ini, perlu diingat bahwa:

$$|x| < a \text{ setara dengan } -a < x < a$$

- Contoh:

$$|x| < 3 \text{ setara dengan } -3 < x < 3$$



Ket. berada didalam interval

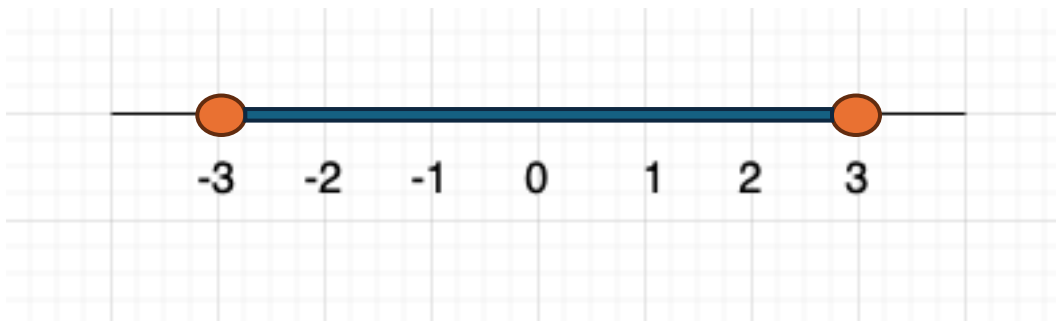
Pertaksamaan bentuk $|x| \leq a$

- Untuk menyelesaikan pertaksamaan ini, perlu diingat bahwa:

$$|x| \geq a \text{ setara dengan } -a \leq x \leq a$$

- Contoh:

$$|x| \leq 3 \text{ setara dengan } -3 \leq x \leq 3$$



Ket. berada didalam interval

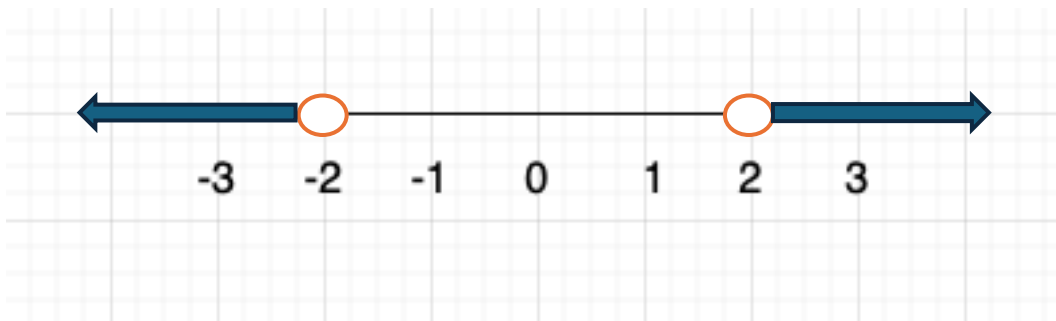
Pertaksamaan bentuk $|x| > a$

- Untuk menyelesaikan pertaksamaan ini, perlu diingat bahwa:

$$|x| > a \text{ setara dengan } x < -a \text{ atau } x > a$$

- Contoh:

$$|x| > 2 \text{ setara dengan } x < -2 \text{ atau } x > 2$$



Ket. berada diluar interval

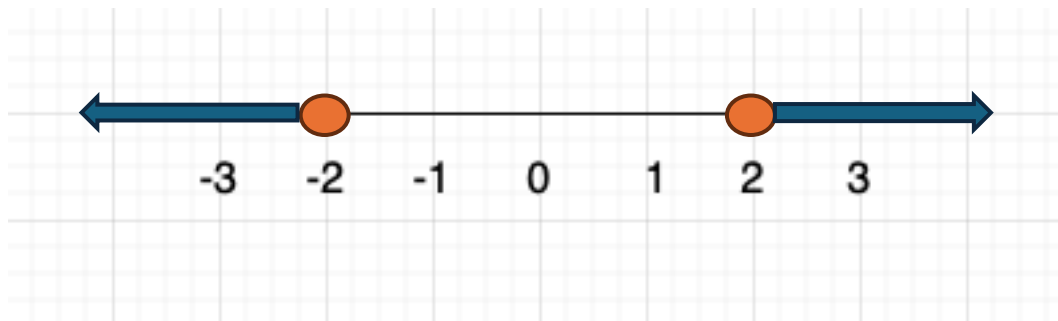
Pertaksamaan bentuk $|x| \geq a$

- Untuk menyelesaikan pertaksamaan ini, perlu diingat bahwa:

$$|x| \geq a \text{ setara dengan } x \leq -a \text{ atau } x \geq a$$

- Contoh:

$$|x| \geq 2 \text{ setara dengan } x \leq -2 \text{ atau } x \geq 2$$



Ket. berada diluar interval

Pertaksamaan Nilai Mutlak

- Selesaikanlah pertaksamaan berikut ini:

$$|x - 7| < 2$$

- Penyelesaian:

$$|x - 7| < 2$$

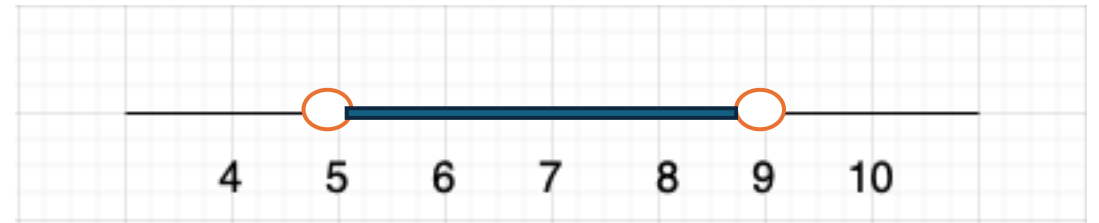
$$\Leftrightarrow -2 < (x - 7) < 2$$

$$\Leftrightarrow -2 + 7 < x < 2 + 7$$

$$\Leftrightarrow 5 < x < 9$$

jadi HP dari $|x - 7| < 2$ adalah $\{x | 5 < x < 9, x \in R\}$

atau dapat juga ditulis dengan $(5, 9)$



Latihan...!

Selesaikanlah pertaksamaan berikut ini:

a. $|2x - 3| \leq 5$

b. $|x + 2| > 3$

c. $|2x + 5| \geq 9$

Pertaksamaan Nilai Mutlak

Selesaikanlah pertaksamaan berikut ini:

$$|x^2 - 3x - 4| \leq 6$$

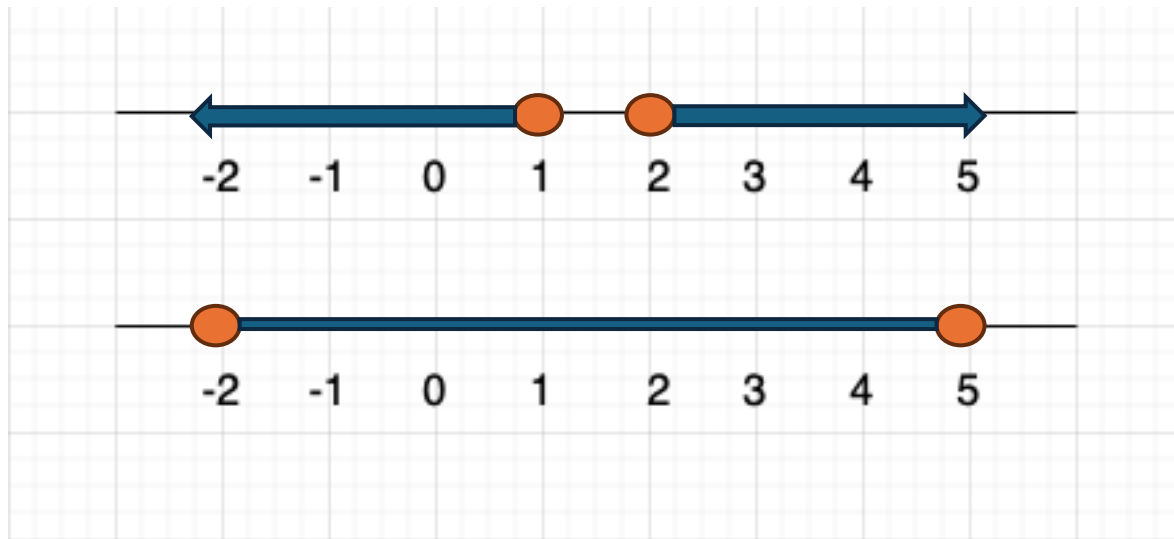
Penyelesaian:

$$|x^2 - 3x - 4| \leq 6 \Leftrightarrow -6 \leq x^2 - 3x - 4 \leq 6$$

kelompokan terlebih dahulu

1. $-6 \leq x^2 - 3x - 4$

2. $x^2 - 3x - 4 \leq 6$



Langkah 1

$$-6 \leq x^2 - 3x - 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 \geq -6$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x - 2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x \leq 1 \text{ atau } x \geq 2$$

Maka hasilnya adalah $x \leq 1$ atau $x \geq 2$

Langkah 2

$$x^2 - 3x - 4 \leq 6$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 - 6 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 10 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)(x - 5) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x \leq -2 \text{ dan } x \leq 5$$

Maka hasilnya adalah $-2 \leq x \leq 5$

Cari interval kedua hasil,
maka didapatkan interfal gabungan
 $x \in [-2,1] \cup [2,5]$

Latihan...!

Selesaikanlah pertaksamaan berikut ini:

a. $|x^2 - 4x - 5| \leq 7$

b. $|x^2 - 2x - 3| \geq 4$

Pertaksamaan Nilai Mutlak

- Selesaikanlah pertaksamaan berikut ini:

$$|4x + 3| \leq |x - 2|$$

- Penyelesaian:

- Ingat sifat nilai mutlak $|x|^2 = x^2$ sehingga $|x| \leq |y| \Leftrightarrow |x|^2 \leq |y|^2$

$$|4x + 3| \leq |x - 2| \Leftrightarrow (4x + 3)^2 \leq (x - 2)^2$$

- Atau bisa dengan menggunakan penyelesaian sifat nilai mutlak berikut

$$|x| \leq |y| \Leftrightarrow x^2 \leq y^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - y^2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - y)(x + y) \leq 0$$

$$\begin{aligned}
|4x + 3| &\leq |x - 2| \\
\Leftrightarrow (4x + 3)^2 &\leq (x - 2)^2 \\
\Leftrightarrow (16x^2 + 24x + 9) &\leq (x^2 - 4x + 4) \\
\Leftrightarrow 15x^2 + 28x + 5 &\leq 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
&\Leftrightarrow \frac{-28 \pm \sqrt{(28)^2 - 4(15)(5)}}{2(15)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \frac{-28 \pm \sqrt{784 - 300}}{30}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \frac{-28 \pm \sqrt{484}}{30}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \frac{-28 \pm 22}{30}
\end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{-28 + 22}{30} = \frac{-6}{30} = -\frac{1}{5}$$

$$x_2 = \frac{-28 - 22}{30} = \frac{-50}{30} = -\frac{5}{3}$$

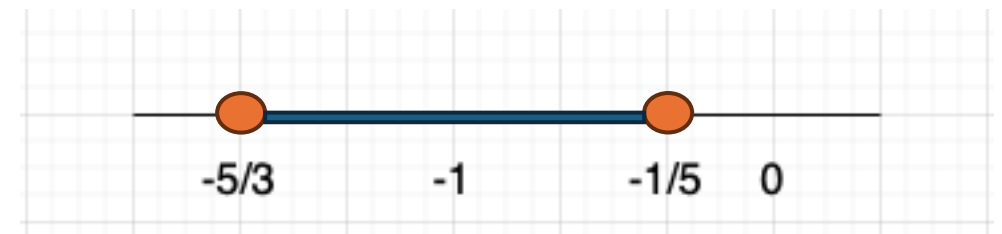
$$\begin{aligned}
|4x + 3| &\leq |x - 2| \\
\Leftrightarrow (4x + 3)^2 - (x - 2)^2 &\leq 0 \\
\Leftrightarrow [(4x + 3) - (x - 2)][(4x + 3) + (x - 2)] &\leq 0 \\
\Leftrightarrow [3x + 5][5x + 1] &\leq 0
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 3x + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{5}{3}$$

$$\Leftrightarrow 5x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{5}$$



$$\text{HP: } \left\{ -\frac{5}{3} \leq x \leq -\frac{1}{5} \right\}$$

THANK YOU ▶▶

<http://chalifa.id>

chalifa@itenas.ac.id