

MATEMATIKA

PERSAMAAN DAN PERTAKSAMAAN

Chalifa Chazar, ST., MT.

Web : chalifa.id

Email : chalifa@itenas.ac.id

Kalimat Matematis

- Kalimat matematis adalah kalimat yang memiliki nilai benar dan salah.
- Jika nilainya dapat ditentukan secara langsung tanpa sebuah proses perhitungan, maka dinamakan **kalimat tertutup**.

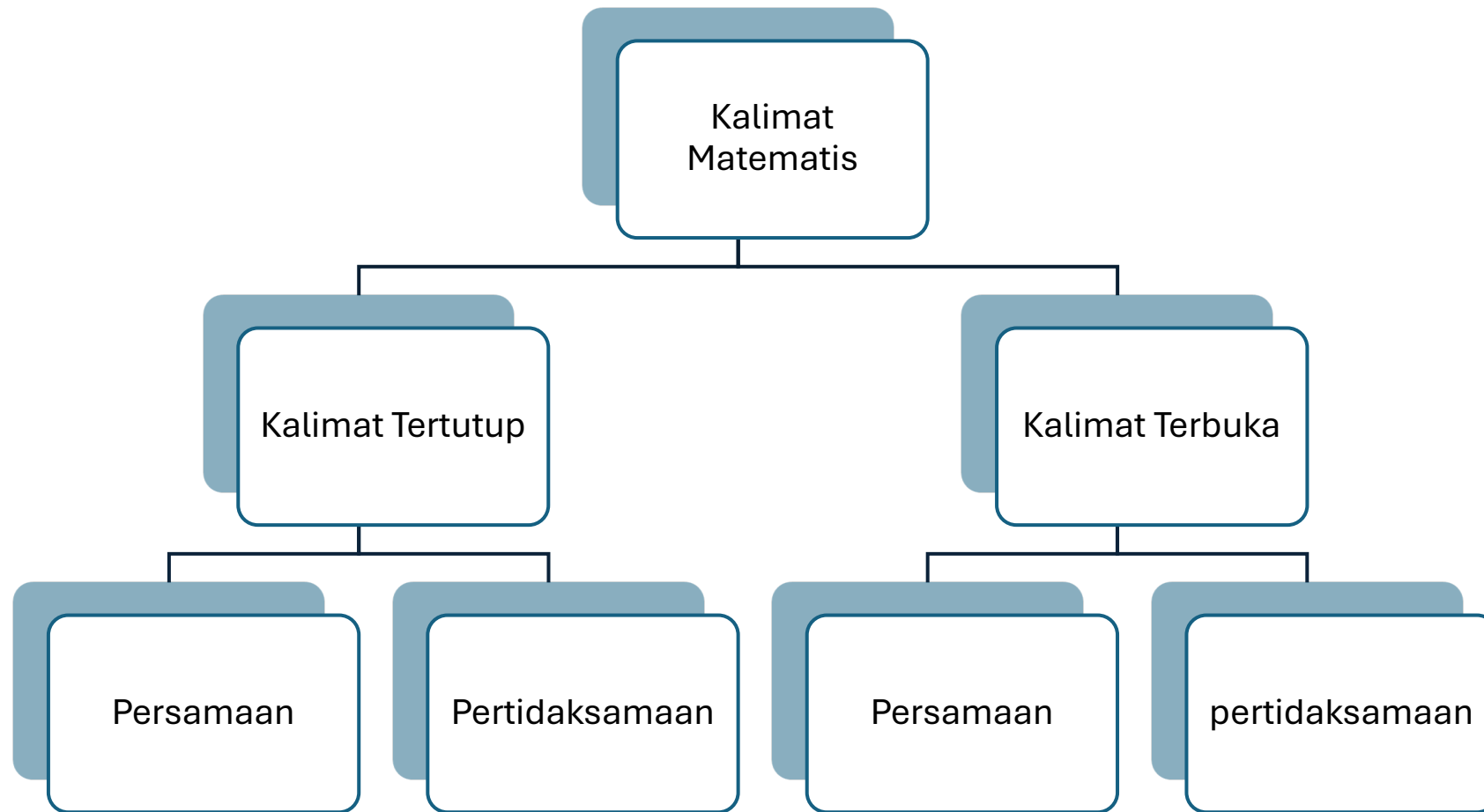
Contoh:

$$\begin{array}{l} 2 + 3 = 5 \\ 3 \times 6 < 20 \end{array}$$

- Sedangkan jika tidak langsung (nilainya harus dicari melalui sebuah proses perhitungan) dinamakan **kalimat terbuka**.

Contoh:

$$\begin{array}{l} x + 3 = 5 \\ 3x + 2 = 20 \end{array}$$



Perlu Diingat...!

- Matematika sering dituliskan dalam bentuk aljabar.

$$2x^2 + 3x + 5y + 7$$

- Komponen bentuk aljabar:

Komponen	Defenisi	Contoh
Suku	Bagian dari bentuk aljabar yang dipisahkan dengan operator	$2x^2$, $3x$, $5y$, dan 7
Variabel	Lambang penggantung yang belum diketahui, biasanya dalam aljabar ditulis dalam bentuk huruf	x^2 , x , dan y
Koefisien	Angka yang berdekatan dengan variabel	2 , 3 , dan 5
Konstanta	Bilangan pada suku yang berdiri sendiri tanpa diikuti variabel	7

Persamaan

- **Persamaan** adalah suatu pernyataan matematika dalam bentuk simbol yang menyatakan bahwa **dua hal** adalah **persis sama**.
- Persamaan ditulis dengan tanda **sama dengan** (=).
- Jenis persamaan:
 - Persamaan **Konstan**
 - Persamaan **Linier**
 - Persamaan **Kuadrat**
 - Persamaan **Kubik**

Bentuk Umum Model Persamaan

$$P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n$$

- $P_n(x)$ = Polinom (suku banyak)
- a_0, a_n = Koefisien
- x = Variabel (peubah)
- n = Derajat persamaan

Persamaan Konstan

- Persamaan konstan atau fungsi konstan, jika $n = 0$

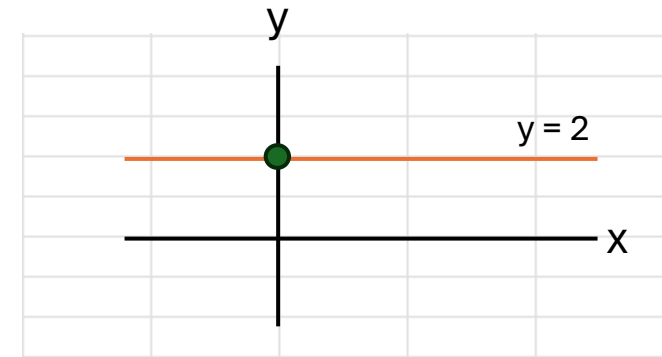
$$P_n(x) = a_0x^n = a_0x^0 = a_0(1) = a_0$$

Atau

$$y = f(x) = k$$

- Contoh:

$$f(x) = 2 \text{ atau } y = 2$$



- Grafiknya berupa garis lurus yang sejajar dengan sumbu-x

Persamaan Linier

- Persamaan linier atau persamaan garis lurus, jika $n = 1$

$$P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} = a_0x^1 + a_1x^0 = a_0x + a_1$$

Atau

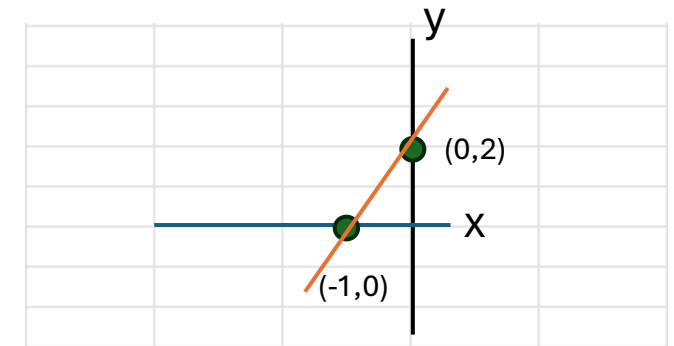
$$y = f(x) = ax + b = mx + c$$

- Contoh:

$$f(x) = 2x + 2 \text{ atau } y = 2x + 2$$



X	0	-1
Y	2	0



- Grafiknya berupa garis lurus dengan kemiringan (gradien) tertentu

Persamaan Kuadrat

- Persamaan kuadrat, jika $n = 2$

$$P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} = a_0x^2 + a_1x + a_2$$

Atau

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

- Contoh:

$$y = f(x) = x^2 - 2x - 3$$

- Grafiknya berupa parabola dengan sumbu simetri tertentu, dan titik puncak tertentu

Persamaan Kubik

- Persamaan kubik, jika $n = 3$

$$P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + a_3x^{n-3} = a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3$$

Atau

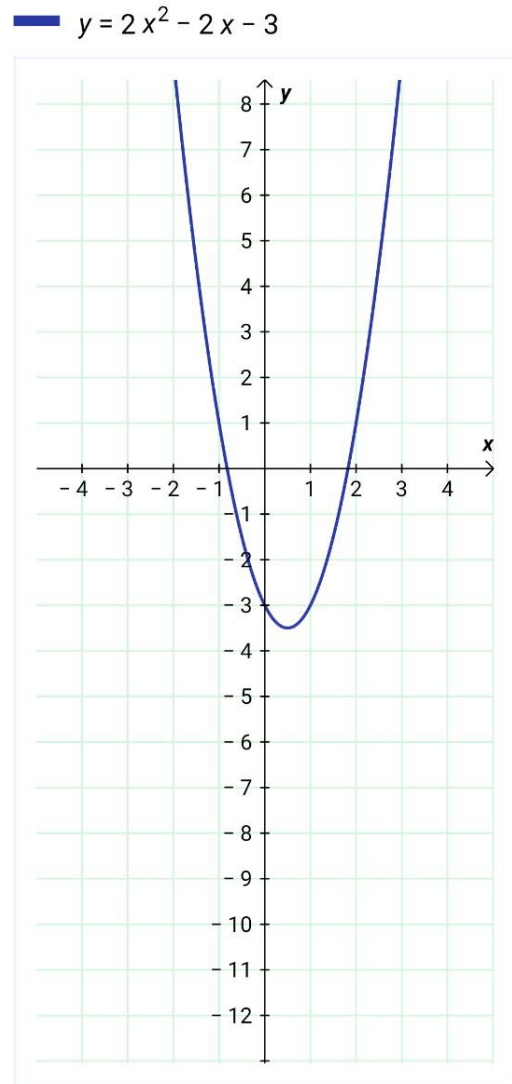
$$y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

- Contoh:

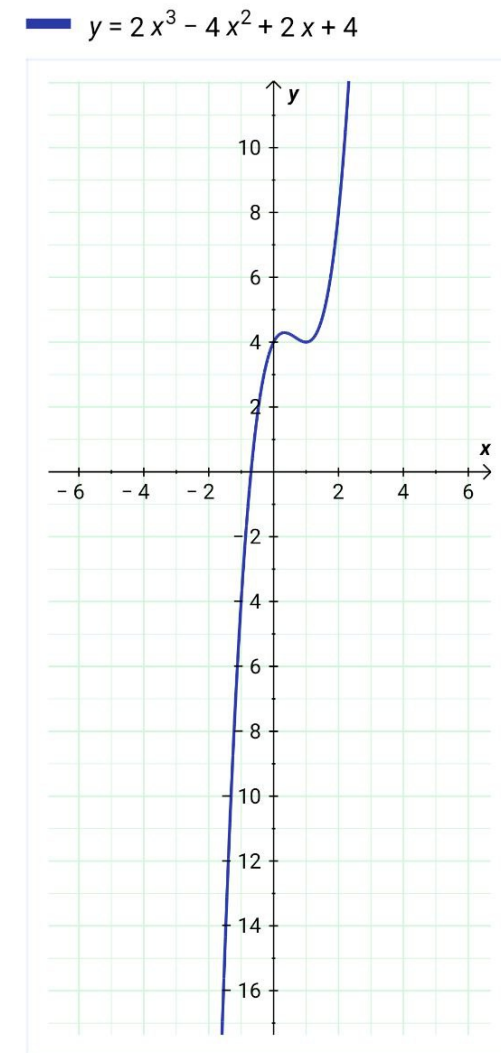
$$f(x) = 2x^3 + 4x^2 + 2x + 4$$

- Grafiknya berupa parabola dengan sumbu simetri tertentu, dan titik puncak tertentu

Grafik
Persamaan
Kuadrat



Grafik
Persamaan
Kubik



Persamaan Linier

Bentuk Persamaan Linier dan Metode Penyelesaiannya

Bentuk Persamaan Linier

- Persamaan Linier satu variable

$$ax + b = 0$$

Contoh: $2 + x = 5$

- Persamaan Linier dua variable

$$ax + by + c = 0$$

Contoh: $x + 2y = 10$

- Persamaan Linier tiga variable

$$ax + by + cz = d$$

Contoh: $2x + y - z = 9$

Persamaan Linier

- Persamaan linier atau persamaan garis lurus, jika $n = 1$

$$P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} = a_0x^1 + a_1x^0 = a_0x + a_1$$

Atau

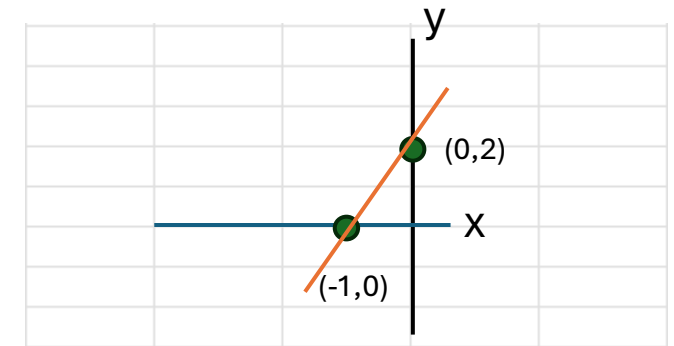
$$y = f(x) = ax + b = mx + c$$

- Contoh:

$$f(x) = 2x + 2 \text{ atau } y = 2x + 2$$



X	0	-1
Y	2	0



- Grafiknya berupa garis lurus dengan kemiringan (gradien) tertentu

Penyelesaian SPLDV

1. Metode Grafik
2. Metode Substitusi
3. Metode Eliminasi
4. Metode Campuran (Eliminasi-Substitusi)

Metode Grafik

Langkah-Langkah penyelesaian SPLDV dengan **Metode Grafik**:

1. Menentukan titik potong masing-masing grafik/garis dengan sumbu **x** dan sumbu **y**.
2. Gambarlah masing-masing garis/grafik persamaan pada bidang cartesius. Jika kedua garis/grafik saling:
 - **Berpotongan pada satu titik**, maka himpunan penyelesaiannya tepat memiliki **satu anggota**.
 - **Sejajar**, maka himpunan penyelesaiannya **tidak memiliki anggota**.
 - **Berhimpit**, maka himpunan penyelesaiannya memiliki **anggota yang tak hingga** banyaknya.

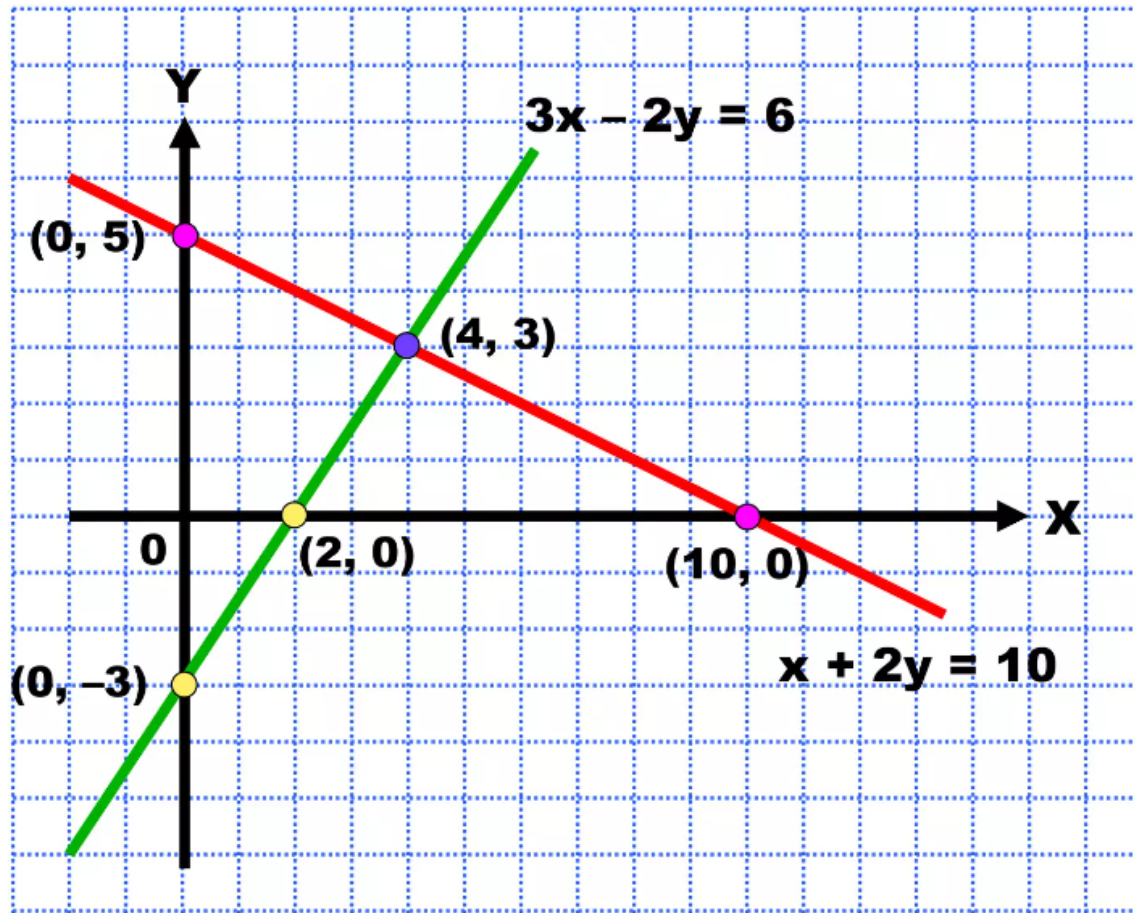
- Tentukan Himpunan Penyelesaian (HP) SPLDV berikut dengan **Metode Grafik**.

$$\begin{aligned} x + 2y &= 10 \\ 3x - 2y &= 6 \end{aligned}$$

- Jawab:
- Menentukan titik potong dengan sumbu **x** dan sumbu **y**.

$x + 2y = 10$		
X	0	10
Y	5	0
(x,y)	(0,5)	(10,0)

$3x - 2y = 6$		
X	0	2
Y	-3	0
(x,y)	(0,-3)	(2,0)



Dari grafik kedua garis berpotongan di titik $(4, 3)$. Dengan demikian **HP** = **$\{(4, 3)\}$**

slido

Please download and install the
Slido app on all computers you use



**Tentukan nilai x dan y dari
persamaan berikut ini: $2x - 4 = y$**

① Start presenting to display the poll results on this slide.

Metode Substitusi

Langkah-Langkah penyelesaian SPLDV dengan **Metode Substitusi**:

1. Pilih salah satu persamaan, kemudian menyatakan **x** sebagai **fungsi y** atau **y** sebagai **fungsi x** (pilih yang paling sederhana).
2. **Substitusikan** x atau y dari hasil langkah pertama ke **persamaan lainnya**.
3. Selesaikan persamaan untuk mendapatkan nilai **x** dan **y**.

Tentukan Himpunan Penyelesaian (HP) SPLDV berikut dengan **Metode Substitusi**.

$$\begin{aligned}x + 2y &= 10 \\ 3x - 2y &= 6\end{aligned}$$

Jawab:

Ubah ke bentuk sederhana sehingga dapat x

$$x + 2y = 10 \rightarrow x = 10 - 2y \dots (1)$$

$$3x - 2y = 6 \dots (2)$$

Substitusi per (1) ke (2)

$$3(10 - 2y) - 2y = 6$$

$$(30 - 6y) - 2y = 6$$

$$30 - 8y = 6$$

$$-8y = 6 - 30$$

$$-8y = -24$$

$$y = 3$$

Substitusi nilai $y = 3$ ke per (1)

$$x = 10 - 2y$$

$$x = 10 - 2(3)$$

$$x = 10 - 6$$

$$x = 4$$

HP = {(4,3)}

Metode Eliminasi

Langkah-Langkah penyelesaian SPLDV dengan **Metode Eliminasi**:

1. Mengeliminasi (**menghilangkan**) salah **satu variable**, misalnya variabel x dengan cara menjumlahkan/mengurakan suku-suku yang sama dari kedua persamaan sehingga diperoleh nilai variabel lainnya, yaitu variabel y .
2. **Eliminasikan** variabel **yang kedua**, yaitu variabel y , sehingga diperoleh nilai variabel x .

Tentukan Himpunan Penyelesaian (HP) SPLDV berikut dengan **Metode Eliminasi**.

$$\begin{array}{l} x + 2y = 10 \\ 3x - 2y = 6 \end{array}$$

Jawab:

Bentuk persamaan (1) dan (2)

$$x + 2y = 10 \quad \dots (1)$$

$$3x - 2y = 6 \quad \dots (2)$$

Eliminasi variabel x persamaan (1) dan (2)

$$x + 2y = 10 \quad | \times 3 \rightarrow 3x + 6y = 30$$

$$3x - 2y = 6 \quad | \times 1 \rightarrow 3x - 2y = 6$$

Karena nilai x adalah positif maka kurangi persamaan (1) dan (2)

$$8y = 24$$

$$y = 3$$

Eliminasi variabel y persamaan (1) dan (2)

$$x + 2y = 10 \quad | \times 1 \rightarrow x + 2y = 10$$

$$3x - 2y = 6 \quad | \times 1 \rightarrow 3x - 2y = 6$$

Karena nilai y adalah negatif maka tambahkan persamaan (1) dan (2)

$$4x = 16$$

$$x = 4$$

HP = {(4,3)}

Metode Campuran (Eliminasi-Substitusi)

Langkah-Langkah penyelesaian SPLDV dengan **Metode Campuran**:

1. Mengeliminasi (**menghilangkan**) salah **satu variable**, misalnya x sehingga diperoleh nilai variabel kedua, yaitu y .
2. **Substitusikan** nilai variabel y yang diperoleh pada langkah pertama ke **salah satu persamaan**.

Tentukan Himpunan Penyelesaian (HP) SPLDV berikut dengan **Metode Campuran**.

$$\begin{array}{l} x + 2y = 10 \\ 3x - 2y = 6 \end{array}$$

Jawab:

Bentuk persamaan (1) dan (2)

$$x + 2y = 10 \quad \dots (1)$$

$$3x - 2y = 6 \quad \dots (2)$$

Eliminasi variabel x persamaan (1) dan (2)

$$x + 2y = 10 \quad | \times 3 \rightarrow 3x + 6y = 30$$

$$3x - 2y = 6 \quad | \times 1 \rightarrow 3x - 2y = 6$$

Karena nilai x adalah positif maka kurangi persamaan (1) dan (2)

$$8y = 24$$

$$y = 3$$

Substitusikan nilai $y = 3$ ke persamaan (1)

$$x + 2y = 10$$

$$x + 2(3) = 10$$

$$x + 6 = 10$$

$$x = 10 - 6$$

$$x = 4$$

$$\mathbf{HP = \{(4,3)\}}$$

Latihan!

1. Tentukan nilai x dari masing-masing persamaan berikut ini:

- $2x + 5 = 13$
- $y = 3x + 2$ dimana $y = 8$

2. Tentukan HP dari sistem persamaan berikut ini:

- $3x + 2y = 12$
- $x - y = 2$

Untuk soal no.2 kerjakan dengan menggunakan metode substitusi dan metode eliminasi!

Persamaan Kuadrat

Bentuk Persamaan dan Metode Penyelesaiannya

Persamaan Kuadrat

- Persamaan kuadrat, jika $n = 2$

$$P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} = a_0x^2 + a_1x + a_2$$

Atau

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

- Contoh:

$$y = f(x) = x^2 - 2x - 3$$

- Grafiknya berupa parabola dengan sumbu simetri tertentu, dan titik puncak tertentu

Penyelesaian Persamaan Kuadrat

- Faktorisasi
- Melengkapi Kuadrat Sempurna
- Rumus ABC

Faktorisasi

- Faktorisasi persamaan kuadrat adalah dekomposisi persamaan kuadrat dengan menggunakan faktor-faktornya.
- Dekomposisi persamaan adalah pengubahan susunan dan struktur suatu bentuk persamaan menjadi bentuk baru yang sebanding.
- Metode ini berkerja dengan mencari pasangan perkalian dan penjumlahan dari nilai **a**, **b**, dan **c**.

Tentukan penyelesaian persamaan kuadrat berikut dengan faktorisasi.

$$y = f(x) = x^2 - 2x - 3$$

Jawab: $a = 1, b = -2, c = -3, d = b^2 - 4ac = 16$

Ubah ke bentuk persamaan sederhana

$$y = x^2 - 2x - 3 \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

Apabila x bernilai 1 maka cari hasil kali -3 dan hasil jumlah -2

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x - 3 = 0 \text{ dan } x + 1 = 0$$

$$x = 3 \text{ dan } x = -1 \rightarrow y = 0 \rightarrow (3,0) \text{ dan } (-1,0)$$

Cari nilai $x = 0$, masukan ke persamaan

$$x^2 - 2x - 3 = y$$

$$0^2 - 2(0) - 3 = y$$

$$-3 = y \rightarrow x = 0 \rightarrow (0,-3)$$

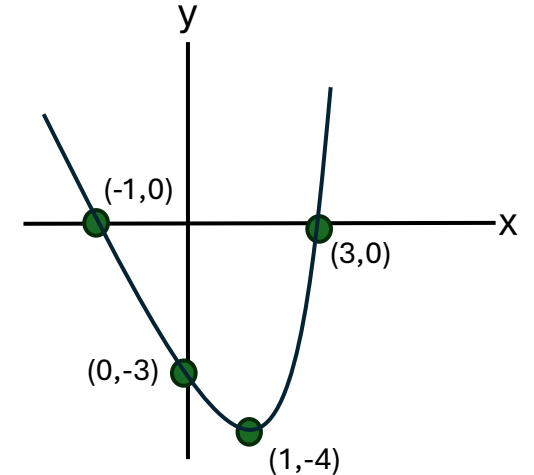
Cari nilai x_p dan y_p

$$(x_p, y_p) = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{d}{4a}\right)$$

$$x_p = -\frac{-2}{2.1} = 1$$

$$y_p = -\frac{16}{4.1} = -4$$

$$(x_p, y_p) = (1, -4)$$



Rumus ABC

- Faktorisasi persamaan kuadrat adalah dekomposisi persamaan kuadrat dengan menggunakan faktor-faktornya.
- Dekomposisi persamaan adalah pengubahan susunan dan struktur suatu bentuk persamaan menjadi bentuk baru yang sebanding.
- Metode ini berkerja dengan mencari pasangan perkalian dan penjumlahan dari nilai **a**, **b**, dan **c**.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Tentukan penyelesaian persamaan kuadrat berikut dengan faktorisasi.

$$y = f(x) = x^2 - 2x - 3$$

Jawab: $a = 1, b = -2, c = -3, d = b^2 - 4ac = 16$
Masukan nilai a, b , dan c ke rumus ABC

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

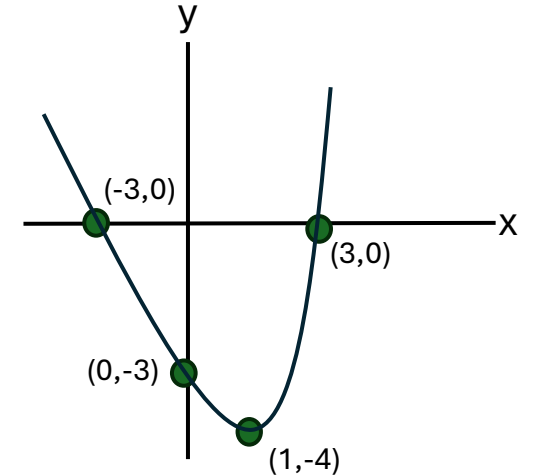
$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-3)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2}$$

$$x = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$x(\text{positif}) = \frac{2 + 4}{2} = 3$$

$$x(\text{negatif}) = \frac{2 - 4}{2} = -1$$



Latihan..!

Selesaikan persamaan berikut ini:

- $x^2 - 4x + 4 = 0$
- $3x^2 + 2x - 1 = 0$

THANK YOU ▶▶

<http://chalifa.id>

chalifa@itenas.ac.id