

# MATEMATIKA

## HIMPUNAN

Chalifa Chazar, ST., MT.

**Web** : [chalifa.id](http://chalifa.id)

**Email** : [chalifa@itenas.ac.id](mailto:chalifa@itenas.ac.id)

# Peran Matematika

- Memperkuat keterampilan berpikir logis, analitis, dan kritis yang berguna dalam memecahkan masalah dan mengambil Keputusan
- Berpikir analitis, memecahkan masalah dan mengidentifikasi pola-pola
- Dalam ilmu komputer, digunakan sebagai dasar pemograman computer, dasar hitung dalam suatu pengembangan alat modern, dapat menyajikan suatu problematika dengan grafik

Matematika merupakan cabang dari logika yang memberikan suatu kerangka kerja yang sistematis, dimana suatu hubungan secara kuantitatif dapat dipelajari. Namun harus dibedakan antara matematika murni dengan matematika terapan. Matematika murni, definisi atau aksioma dan asumsi dinyatakan secara tepat dengan menggunakan symbol, dan analisis berjalan dengan melalui deduksi guna memperoleh kesimpulan.

Matematika terapan berbeda dengan matematika murni, adapun perbedaannya terletak pada hal-hal berikut: simbol pada matematika murni simbol mewakili konsep yang abstrak, dimana sifat-sifat yang dimilikinya ditentukan dengan definisi; sedangkan pada matematika terapan, kebanyakan simbol dipergunakan mewakili variabel yang dapat dilihat dalam kejadian nyata, sifat-sifat yang dimiliki variabel-variabel ini harus ditentukan dengan observasi langsung, tidak dengan definisi yang sangat abstrak dan dinyatakan secara matematis; Ketelitian empiris dari deduksi dengan menggunakan matematika terapan dapat ditentukan, analisis matematika terapan didasarkan atas definisi dan asumsi yang ditentukan secara empiris dari suatu kesimpulan empiris yang diperoleh melalui deduksi. Analisis matematika murni dan terapan berbeda hanya pada aspek empiris tentang definisi, asumsi dan kesimpulan, tidak pada metode deduksi.

# Himpunan

Dalam mempelajari matematika hal **mendasar** yang harus dipelajari terlebih dahulu ialah **himpunan/kumpulan** (*set*). Karena inilah pengetahuan mendasar dalam matematika yang turut memengaruhi dalam matematika ekonomi lebih lanjut. **Segala sesuatu** dalam alam dan alam hidup manusia **terdiri atas himpunan/kumpulan** (*set*).

Suatu himpunan/kumpulan (*set*) diartikan sebagai **kumpulan atau kelompok** suatu **objek** atau **unsur** yang **dirumuskan** secara **tegas** dan dapat **dibeda-bedakan** (Assauri, 2009: 1). Dengan kata lain, suatu **objek** yang dapat **dikelompokkan** atau **dikumpulkan secara tegas** ialah suatu himpunan (*set*)

**Objek** atau **anggota-anggota** himpunan/kumpulan (*set*) tersebut dinamakan **unsur** atau **elemen**. Notasi atau tanda dari suatu himpunan/*set* adalah dua kurung kurawal. Anggota-anggota atau unsur-unsur himpunan/*set* berada di dalam kurung tersebut.

Suatu himpunan (*set*) **tiga kota besar di Sumatera** yaitu Medan, Palembang dan Pekanbaru. Jadi:  $K = \{\text{Medan, Palembang, Pekanbaru}\}$ .

Atau:

Suatu himpunan (*set*) **tiga ibukota negara ASEAN**, yaitu Jakarta, Kuala Lumpur dan Bangkok. Jadi:  $I = \{\text{Jakarta, Kuala Lumpur, Bangkok}\}$ .

Atau

Suatu himpunan (*set*) **mata dari sebuah dadu** yang memiliki mata dadu sebagai berikut 1,2,3,4,5 dan 6. Jadi  $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ .

Tiap objek yang secara kolektif membentuk suatu himpunan (*set*) disebut unsur atau elemen. Dengan demikian, tiap unsur/elemen merupakan anggota dari himpunan (*set*) tersebut. Misalnya saja **x** adalah suatu **objek** atau **unsur**, sedangkan **S** merupakan satu **himpunan** (*set*) dimana x tersebut menjadi anggotanya, maka **x** merupakan *anggota himpunan (set) S*, yang di dalam matematika dinyatakan dengan notasi:  $x \in S$  yang artinya x merupakan unsur/elemen himpunan S. Sebaliknya, bila **A bukan merupakan** anggota himpunan (*set*) **S**, di dalam matematika dinyatakan dengan notasi:  $A \notin S$  yang artinya, A bukan merupakan unsur/elemen himpunan S.

Suatu **himpunan** (*set*) dengan **tidak ada unsur/elemen** di dalamnya disebut **himpunan kosong** (*null set = empty set*). Notasi dari himpunan kosong (*null set*) adalah  $\emptyset$ .

*Contoh:*

$$A = \emptyset = \{x \in \mathbb{R} \mid x \text{ memenuhi } x^2 + 1 = 0\}$$

Karena tidak akan pernah ditemukan  $x^2+1$  tersebut memiliki hasil sama dengan 0, maka himpunan A ialah himpunan kosong.

*Contoh:*

$$P = \{x : x \text{ bilangan ganjil yang merupakan kuadrat dari bilangan genap}\}$$

$$P = \emptyset$$

P merupakan suatu himpunan kosong karena tidak akan pernah ditemui suatu bilangan ganjil yang merupakan kuadrat dari bilangan genap.

Apabila kita mempunyai satu himpunan (*set*) yaitu  $S = \{-1, 0, 1\}$ , akan didapatkan  $0 \in S$ . Sedangkan  $2 \notin S$ . Dalam hal ini:  $\{0\}$  adalah suatu himpunan (*set*) tanpa unsur/elemen.

## 1. Cara Penulisan Suatu Himpunan (*Set*)

**Himpunan** (*set*) pada umumnya **ditandai/dilambangkan dengan huruf besar** seperti A, B, C, P, R, S, M, N. Penulisan dari himpunan (*set*) tersebut dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu:

### a. Cara Daftar (*Raster Method*)

Semua **unsur/elemen himpunan** (*set*) ditulis atau dinyatakan **di antara tanda kurawal**. Misalnya: suatu himpunan (*set*) S yang terdiri dari bilangan 1, 2,...,10, maka dapat ditulis sebagai:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}.$$

*Contoh:*

Suatu himpunan (*set*) mahasiswa yang mendapatkan nilai A pada mata kuliah matematika yaitu Ani, Umar, Widya, Hasan dan Husin, maka dapat ditulis sebagai:  $N = \{\text{Ani, Umar, Widya, Hasan, Husin}\}$ .

### b. Cara Kaidah (*Rule Method*)

**Syarat** atau **ketentuan** yang **harus dipenuhi** oleh **setiap objek** agar dapat dinyatakan sebagai unsur/elemen himpunan (*set*) tersebut ditulis atau dinyatakan diantara tanda kurawal.

Dari contoh pertama pada metode Raster di atas dapat ditulis dengan cara kedua, yaitu:

$$S = \{x : x \text{ ialah bilangan bulat dan } 1 \leq x \leq 10\}.$$

## 2. Subhimpunan (Sub-set)

Seluruh objek yang dibahas atau ditinjau dalam suatu permasalahan membentuk suatu himpunan yang besar dan tetap. Himpunan itu disebut *himpunan universal* (himpunan *semesta*). Notasi dari himpunan universal dinyatakan dengan  $U$ . Dari himpunan universal dapat dibentuk himpunan-himpunan yang terdiri dari unsur atau unsur-unsur yang merupakan unsur dari himpunan universal. Himpunan yang demikian ini dinamakan *subhimpunan* (*sub-set/himpunan bagian*).

Jadi suatu subhimpunan (*sub-set*) adalah suatu himpunan yang beranggotakan satu objek atau beberapa objek. Hal ini merupakan unsur atau unsur-unsur dari suatu himpunan atau himpunan universal.

Apabila himpunan  $A$  merupakan subhimpunan dari himpunan  $B$ , setiap unsur dari himpunan  $A$  juga merupakan unsur dari himpunan  $B$ . Notasi yang menyatakan bahwa himpunan  $T$  merupakan subhimpunan dari himpunan  $U$  ditandai dengan  $A \subset B$ .

*Contoh:*

Bila  $A = \{d, e, f\}$ ;  $R = \{1, 2, 3\}$

Dan  $B = \{x : x \text{ adalah huruf abjad atau alpabet}\}$  maka  $A \subset B$ . Suatu himpunan  $R$  bukan merupakan subhimpunan (*sub-set*) dari himpunan  $B$ . Apabila unsur dari himpunan  $R$  bukan merupakan unsur dari himpunan  $B$ . Notasi yang menyatakan bahwa himpunan  $R$  bukan merupakan subhimpunan dari himpunan  $B$  ditandai dengan:  $R \not\subset B$ .

*Contoh:*

$M = \{a, e, i, o, u\}$

$N = \{x : x \text{ adalah bilangan bulat dan } 1 \leq x \leq 10\}$

Maka  $M \not\subset N$ .

*Contoh lain:*

$P = \{a, b, c, d\}$

$Q = \{x : x \text{ adalah bilangan bulat dan } 1 \leq x \leq 100\}$

$R = \{x : x \text{ adalah bilangan bulat genap } 1 \leq x \leq 100\}$

Maka:  $P \not\subset Q$

$R \subset Q$

Misalkan  $A$  adalah suatu himpunan yang terdiri dari mahasiswa baru suatu fakultas. Sementara itu,  $B$  adalah himpunan dari mahasiswa baru dan mahasiswa tingkat akhir dari fakultas tersebut, dan  $C$  adalah himpunan dari seluruh mahasiswa pada fakultas itu. Maka:

$$A \subset B \text{ dan } B \subset C \text{ serta } A \subset C$$

Dari uraian dalam subhimpunan di atas dapatlah kita perhatikan beberapa hal:

$A \subset A$  adalah cakupan himpunan (*set inclusion*) yaitu bayangan dirinya (*reflexive*).

$A \subset B$  dan  $B \subset A$  tidaklah dapat berlaku serentak atau simultan (catatan: bila  $A \subset B$  dan  $B \subset A$ , berarti  $A = B$ ). Dengan demikian, cakupan himpunan (*set inclusion*) adalah tidak simetris (*antisymmetric*).

$A \subset B$  dan  $B \subset C$  maka  $A \subset C$ , ini berarti cakupan himpunan (*set inclusion*) adalah transitif (*transitive*).

Bandungkan syarat-syarat atau ketentuan cakupan himpunan (*set inclusion*) dengan persamaan himpunan (*set equivalence*).

$A = A$  adalah persamaan himpunan (*set equivalence*) yang merupakan bayangan dirinya (*reflexive*).

$A = B$  maka  $B = A$  yang berarti persamaan himpunan (*set equivalence*) adalah simetris.

$A = B$ ;  $B = C$  maka  $A = C$  yang berarti bahwa persamaan himpunan (*set equivalence*) adalah transitif.

slido

Please download and install the  
Slido app on all computers you use



**Diketahui:**

$S = \{x : x \text{ adalah bilangan asli}\}$

$P = \{x : x \text{ adalah bilangan asli bernilai genap}\}$

$R = \{x : x \text{ adalah bilangan asli bernilai ganjil}\}$

**Tentukan pernyataan berikut ini yang benar!**

① Start presenting to display the poll results on this slide.

## C. Operasi Himpunan

Dalam analisis himpunan, perlu diperhatikan himpunan yang besar dan tetap. Himpunan ini beranggotakan seluruh objek yang dibicarakan sebagai unsurnya. Himpunan ini disebut himpunan universal (*universal set*), yang dinyatakan dengan notasi/tanda  $U$ .

### 1. Komplemen (*Complement*)

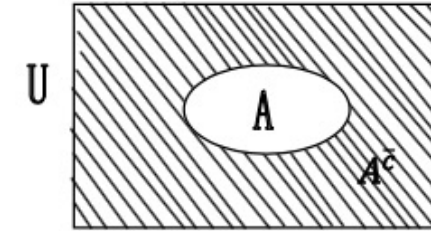
Seperti telah diuraikan sebelumnya bahwa suatu himpunan terdiri dari unsur yang juga merupakan unsur dari himpunan universal dan disebut subhimpunan (*sub-set*).

Komplemen dari himpunan tersebut adalah himpunan objek. Himpunan itu tidak merupakan unsur dari himpunan itu, tetapi merupakan unsur dari himpunan universalnya. Dengan kata lain: komplemen dari himpunan (*set*)  $A$  adalah himpunan yang terdiri dari unsur-unsur yang terdapat dalam himpunan universal  $U$ , tetapi tidak merupakan unsur dari himpunan  $A$ . Jadi, komplemen dari himpunan  $A$  merupakan subhimpunan yang lain dari  $A$ , tetapi merupakan pelengkap dalam himpunan universal  $U$ . Notasi atau tanda komplemen dari himpunan.

$A$  adalah  $A^c$  atau  $\frac{A'}{A}$

$A$  atau  $A' = \{x \in U : x \notin A\}$

Komplemen dari himpunan  $A$  ini dapat ditunjukkan dengan menggunakan gambar visual yang disebut diagram venn.



Gambar 1.1. Diagram Venn Menunjukkan Hubungan antara  $U$ ,  $A$  dan  $A^c$

slido

Please download and install the  
Slido app on all computers you use



**Diketahui:**

$A = \{x : x \text{ adalah mahasiswa itenas}\}$

$B = \{x : x \text{ adalah mahasiswa laki-laki itenas}\}$

**Tentukan:**

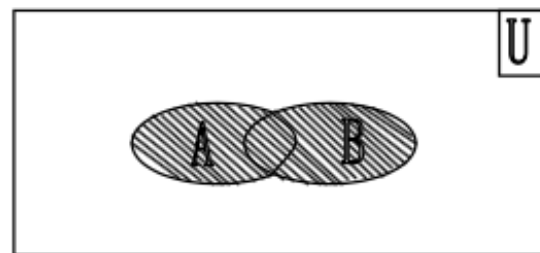
$B_c = \{\dots\dots\dots\}$

① Start presenting to display the poll results on this slide.

## 2. Gabungan (*Union*)

Gabungan (*union*) dari dua buah himpunan adalah himpunan yang terdiri dari unsur-unsur. Unsur-unsurnya adalah yang paling sedikit dalam salah satu himpunan atau kedua-duanya. Dengan kata lain, gabungan (*union*) dari dua buah himpunan A dan B adalah himpunan-himpunan A atau B atau kedua-duanya. Notasi atau tanda gabungan (*union*) dari dua buah himpunan-himpunan A dan B dinyatakan dengan  $A \cup B$ . Perinciannya adalah:

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ atau } x \in B\}$$



Gambar 1.2. Diagram Venn yang menunjukkan Union dari himpunan A dan B

Sebenarnya operasi himpunan dengan gabungan (*union*) ini mengikuti asas penjumlahan, yaitu  $A \cup B = A + B$

Contoh:

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$C = \{8, 9, 10, 11\}$$

$$\text{maka } A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$\text{dan } A \cup C = \{2, 4, 6, 8, 9, 10, 11\}$$

$$\text{dan } B \cup C = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

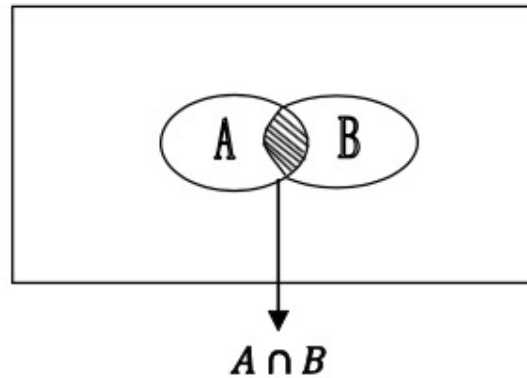
### 3. **Interseksi** (*Intersection*)

Interseksi (*intersection/irisan*) dari dua buah himpunan adalah himpunan yang terdiri dari unsur yang menjadi anggota, baik dari himpunan yang satu maupun dari himpunan lainnya. Interseksi (*intersection*) dari dua buah himpunan A dan B adalah himpunan objek yang merupakan unsur sekaligus atau serentak dari himpunan-himpunan A dan B.

**Persamaannya** adalah:

$$A \cap B = \{x : x \in A \text{ dan } x \in B\}$$

**Interseksi** dari dua buah himpunan A dan B dapat ditunjukkan dengan gambar dalam diagram Venn, seperti dapat dilihat pada Gambar 1.3.



Gambar 1.3. Diagram Venn yang menunjukkan Interseksi dari Himpunan-himpunan A dan B

*Contoh:*

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$C = \{5, 6, 7, 8\}$$

$$\text{maka, } A \cap B = \{2, 4\}$$

$$A \cap C = \{6, 8\}$$

$$B \cap C = \emptyset$$

*Contoh:*

$$D = \{a, i, u, e, o\}$$

$$E = \{a, b, c, d, e\}$$

$$F = \{e, f, g, h, i\}$$

$$\text{maka, } D \cap E = \{a, e\}$$

$$D \cap F = \{e, i\}$$

$$E \cap F = \{e\}$$

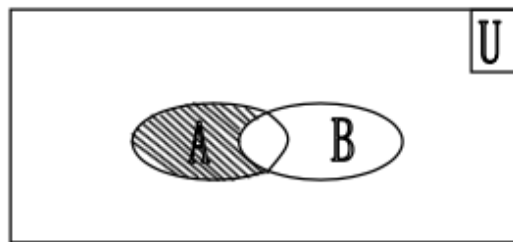
$$D \cap E \cap F = \{e\}$$

#### 4. Selisih Himpunan (*Set Difference*)

Selisih (*difference*) dari dua buah himpunan adalah himpunan (*set*) yang anggota-anggotanya terdiri dari unsur-unsur himpunan pertama, tetapi yang bukan merupakan unsur himpunan kedua. Dengan kata lain, selisih (*difference*) dari dua buah himpunan A dan B adalah himpunan dari objek yang merupakan unsur dari himpunan A. Akan tetapi, himpunan ini tidak merupakan unsur dari himpunan B. Notasi dan tanda selisih (*difference*) dari dua buah himpunan A dan B adalah  $A - B$ , dengan perincian:

$$A - B = \{x : x \in A \text{ dan } x \notin B\}$$

Selisih (*difference*) dari himpunan-himpunan A dan B dapat ditunjukkan dengan gambar dalam diagram Venn, seperti dapat dilihat pada gambar berikut.



Gambar 1.4. diagram Venn yang Menunjukkan Selisih (*Difference*) dari Himpunan A dan B

*Contoh:*

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$B = \{1, 2, 3, a, b, c\}$$

$$C = \{8, 9, 10, c, d, e\}$$

$$\text{maka } A - B = \{4, 6, 8, 10\}$$

$$A - C = \{2, 4, 6\}$$

$$B - C = \{1, 2, 3, a, b\}$$

$$B - A = \{1, 3, a, b, c\}$$

$$C - A = \{9, c, d, e\}$$

$$C - B = \{8, 9, 10, d, e\}$$

## F. Kaidah-Kaidah Matematika dalam Pengoperasian Himpunan

### 1. Kaidah Idempoten

a.  $A \cup A = A$

b.  $A \cap A = A$

### 2. Kaidah asosiatif

a.  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

b.  $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

### 3. Kaidah Komutatif

a.  $A \cup B = B \cup A$

b.  $A \cap B = B \cap A$

### 4. Kaidah distributif

a.  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

b.  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

### 5. Kaidah identitas

a.  $A \cup \emptyset = A$

b.  $A \cap \emptyset = \emptyset$

c.  $A \cup U = U$

d.  $A \cap U = A$

### 6. Kaidah kelengkapan

a.  $A \cup A^c = U$

b.  $A \cap A^c = \emptyset$

c.  $(A^c)^c = A$

d.  $U^c = \emptyset, \emptyset^c = U$

### 7. Kaidah De Morgan

a.  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

b.  $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

# THANK YOU ▶▶

---

<http://chalifa.id>

chalifa@itenas.ac.id